

إجابات أسئلة الدرس

الاشتقاق الضمني

(١) جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

أ) $x^2 + 4y^2 = 16$

ب) $x^2 + 3y^2 = 3$

ج) $x^2 + 3y^2 = 3$

د) $x^2 + 3y^2 = 3$

الحل

أ) $x^2 + 4y^2 = 16$

$$\frac{d}{dx}(x^2 + 4y^2) = \frac{d}{dx}(16)$$

$$2x + 8y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$8y \frac{dy}{dx} = -2x$$

ب) $x^2 + 3y^2 = 3$

$$\frac{d}{dx}(x^2 + 3y^2) = \frac{d}{dx}(3)$$

$$2x + 6y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$6y \frac{dy}{dx} = -2x$$

$$(ج) \quad 1 \times c + c' s = c' c^3 + c^3 c'$$

$$c^3 - c = c' s - c' c^3$$

$$\frac{c^3 - c}{s - c^3} = \frac{(s - c^3) c'}{s - c^3}$$

$$\frac{c^3 - c}{s - c^3} = c'$$

$$(د) \quad \text{حيث } (s) = (s + c^3) \quad c^2 =$$

$$s = s' \text{ حيث } (s) + c^3 \text{ حيث } (s) = c^2$$

$$\frac{s = s' \text{ حيث } (s) + c^3 \text{ حيث } (s) = c^2}{s = s' \text{ حيث } (s) + c^3 \text{ حيث } (s) = c^2}$$

$$\frac{s = s' \text{ حيث } (s) + c^3 \text{ حيث } (s) = c^2}{s = s' \text{ حيث } (s) + c^3 \text{ حيث } (s) = c^2}$$

$$\frac{s = s' \text{ حيث } (s) + c^3 \text{ حيث } (s) = c^2}{s = s' \text{ حيث } (s) + c^3 \text{ حيث } (s) = c^2} = c'$$

(٢) جد $\frac{y^2}{x^2}$ لكل مما يأتي :

(ب) $4x^2 + 3y^2 = 16$
 (د) $\sqrt{y} = x + 2$

أ) $(x^2 - 4)^2 = 4$
 ج) $x = 3y$

الحل

أ) $x^2 - 4 = 2$
 $x^2 = 6$
 $x = \sqrt{6}$
 $y = \frac{x^2}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$
 $\frac{y^2}{x^2} = \frac{(\frac{3}{2})^2}{(\sqrt{6})^2} = \frac{\frac{9}{4}}{6} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$

ب) $4x^2 + 3y^2 = 16$
 $8x + 6y = 0$
 $4x + 3y = 0$
 $4x = -3y$
 $x = -\frac{3y}{4}$
 $\frac{y^2}{x^2} = \frac{y^2}{(-\frac{3y}{4})^2} = \frac{y^2}{\frac{9y^2}{16}} = \frac{16}{9}$

$$\frac{1}{y^2} + \frac{1}{y} - \frac{2x-1}{y^3} = 0$$

$$(ب) \quad 1 + y - \frac{2x-1}{y^2} = 0$$

$$1 + y = \frac{2x-1}{y^2}$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-1}{y^2}$$

$$1+y = 2x-1$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-1}{y^2}$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-1}{y^2}$$

$$(y^2)$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-1}{y^2}$$

$$y^2$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-1}{y^2}$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-1}{y^2}$$

$$y^2$$

$$\frac{1+y}{y^2} = \frac{2x-1}{y^2}$$

$$(ج) \quad \begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{y}{x} \\ \frac{dy}{dx} \cdot x - y &= \frac{y}{x} \cdot x + y \end{aligned}$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot x - y = \frac{y}{x} \cdot x + y$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot x = \frac{y}{x} \cdot x + y + y$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot x = (x + 1) \cdot y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x + 1) \cdot y}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{y}{x} \right) = \frac{x \cdot \frac{dy}{dx} - y}{x^2} = \frac{x \cdot \frac{(x + 1) \cdot y}{x} - y}{x^2}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{y}{x} \right) = \frac{x \cdot (x + 1) \cdot \frac{y}{x} - y}{x^2} = \frac{x \cdot (x + 1) \cdot \frac{y}{x} - y}{x^2}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{y}{x} \right) = \frac{x \cdot \frac{dy}{dx} - y}{x^2} = \frac{x \cdot \frac{(x + 1) \cdot y}{x} - y}{x^2}$$

$$(د) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + y$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot x = \frac{y}{x} \cdot x + y$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot x = y + y$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot x = \frac{y}{x} \cdot x + y + y$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot x = \frac{y}{x} \cdot x + y + y$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot x = \frac{y}{x} \cdot x + y + y$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot x = \frac{y}{x} \cdot x + y + y$$

(٣) جد قيمة $\frac{y}{x}$ لكل من العلاقات الآتية عند النقط المبينة إزاء كل منها :

أ) $8x^2 + y^2 = \pi^2$ ، $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

ب) $2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

ج) $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$ ، $(1, 4)$

الحل

أ) $8x^2 + y^2 = \pi^2$ ؟
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

$16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $8x^2 + y^2 = \pi^2$

$8x^2 + y^2 = \pi^2$
 $8x^2 + y^2 = \pi^2$

$\frac{8x^2 + y^2}{8x^2 - y^2} = \frac{\pi^2}{\pi^2}$

عند $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

$\frac{\frac{\pi}{2} \times 8 - \frac{\pi}{4} \times 8}{\frac{\pi}{2} \times 8 - \frac{\pi}{4} \times 8} = \frac{y}{x}$

$\frac{\pi \times 4 - \pi \times 2}{\pi \times 4 - \pi \times 2} = \frac{y}{x}$

ب) $2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

ج) $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$ ، $(1, 4)$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$\frac{1}{4} = \frac{2}{x}$
 $\frac{1}{8} = \frac{y}{x}$

٤) إذا كان جا(س + ص) = ص^٢ جتا(س)، فجد ص'.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} \text{جبا}(س + ص) &= (ص + ١)ص' = ص' - ص - ص'جبا(س) + ص'ص'جا(س) \\ \text{جبا}(س + ص) + \text{جبا}(س) &= ص' - ص'جبا(س) \\ \text{جبا}(س + ص) - \text{جبا}(س) &= ص' - ص'جبا(س) \\ \text{ص}'(ص + ١) - \text{ص}'ص'جا(س) &= ص' - ص'جبا(س) \end{aligned}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\frac{ص' - ص'جبا(س) - ص'جبا(س)}{ص' - ص'جبا(س)} = \frac{ص' - ص'جبا(س) - ص'جبا(س)}{ص' - ص'جبا(س)}$$

٥) جد النقطة على منحنى العلاقة $\sqrt{ص} + \sqrt{س} = ٣$ التي يكون عندها المماس أفقيًا.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} ٣ &= \sqrt{ص} + \sqrt{س} \\ ٠ &= \frac{١}{٢\sqrt{ص}} + \frac{١}{٢\sqrt{س}} \end{aligned}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\frac{١}{٢\sqrt{ص}} = -\frac{١}{٢\sqrt{س}} \Rightarrow \frac{١}{\sqrt{ص}} = -\frac{١}{\sqrt{س}}$$

المماس أفقي $\Rightarrow \text{ص}' = ٠$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\frac{١}{\sqrt{ص}} = -\frac{١}{\sqrt{س}} \Rightarrow \sqrt{ص} = -\sqrt{س}$$

$$\sqrt{ص} = ٣ - \sqrt{س} \Rightarrow ٣ = \sqrt{ص} + \sqrt{س}$$

$$\Rightarrow ٩ = ص + س \quad (٠.٦٩)$$

(٦) إذا كان $v = \sqrt{2s + 1}$ فجد $\frac{dv}{ds}$.

الحل

$$v^2 = 2s + 1 \Rightarrow 2v \frac{dv}{ds} = 2$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{2}{2v} = \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2s + 1}}$$

(٧) إذا كان $s = \cos v$ ، فأثبت أن $v = \arccos s$.

الحل

$$s = \cos v$$

$$1 = \cos v \times \frac{1}{\cos v}$$

$$v = \arccos \frac{1}{\cos v} = \arccos s$$

نوعنا

$$v = \arccos s$$

$$v = \arccos s$$

$$v = \arccos s$$

(٨) إذا كان $v = \arcsin s$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند النقطة $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$.

الحل

$$v = \arcsin s$$

$$s = \sin v \Rightarrow \frac{ds}{dv} = \cos v \Rightarrow \frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos v}$$

$$\text{عند } (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos v} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{dv}{ds} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = \frac{dv}{ds}$$

٩) إذا كان $s = \cos$ ، فأثبت أن: $s' = -2s + s^2 + s = 0$

الحل

$$s = \cos$$

$$-s' = \sin = -\cos^2$$

$$s' = \cos^2 - 2s = \cos^2 - 2\cos + \cos^2 = 2\cos^2 - 2\cos$$

$$s' = 2\cos(\cos - 1) = 2\cos(-1 + \cos) = 2\cos(\cos - 1)$$

$$s' = 2\cos(\cos - 1) = 2\cos(-1 + \cos) = 2\cos(\cos - 1)$$

$$s' = 2\cos(\cos - 1) = 2\cos(-1 + \cos) = 2\cos(\cos - 1)$$

١٠) إذا كان $v = 2n^2 + 3n$ ، $\frac{dv}{dn} = 4n$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند $n = 1$.

الحل

$$v = 2n^2 + 3n$$

$$\frac{dv}{dn} = 4n + 3 = 4(1) + 3 = 7$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{dn} \times \frac{dn}{ds} = 7 \times \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{4} \times (4n + 3) = \frac{4n + 3}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{4(1) + 3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{4n + 3}{4} = \frac{4(1) + 3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{4n + 3}{4} = \frac{4(1) + 3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\text{عند } n = 1$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{7}{4} = \frac{7}{4} = \frac{7}{4}$$

(١١) إذا كان $s + v = \text{جاس}$ ، فأثبت أن:

$$v' = 2 \text{ص}'' \text{ (ظنا ص - قناص)}$$

الحل

$$v = \text{ص} + \text{جاس}$$

$$1 + v' = \text{ص}' + \text{جاس}' \text{ (تستعمل قاعدة المشتقة)}$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' \text{ (تستعمل قاعدة المشتقة)}$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' \text{ (تستعمل قاعدة المشتقة)}$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' \text{ (تستعمل قاعدة المشتقة)}$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' \text{ (تستعمل قاعدة المشتقة)}$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' \text{ (تستعمل قاعدة المشتقة)}$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' \text{ (تستعمل قاعدة المشتقة)}$$

(١٢) إذا كان $s + v = \text{جاس}$ ، فأثبت أن:

$$v' = \frac{2 \text{ص}''}{s-1}$$

الحل

$$v = \text{ص} + \text{جاس}$$

$$v' = \text{ص}' + \text{جاس}'$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}''$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}''$$

$$\frac{c'}{s-1} = \frac{(c''+c')(s-1)}{s-1}$$

وهو المطلوب $\frac{c'}{s-1} = c''+c'$