GPS
للطبع والنشر والتوزيع

الرياضيات

للصف الأول الإعدادى - الفصل الدراسى الأول

2024 - 2025

كتاب الطالب

الاسم : _____

الفصل : _____

المدرسة : _____

إعـداد

أ. أسامـة زيـد شـريف

أ. د. وفيق بولس لطف الله　　أ. د. سمر عبد الفتاح لاشين　　أ. م. د. أمل الشحات حافظ

أ. مجدى عبد الفتاح الصفتى　　أ. إبراهيم عبد اللطيف الصغير

أ. باسم مجدى رشدى　　أ. سامح لبيب عطية　　أ. إسلام محمد إبراهيم

محتويات الكتاب

الفصل الدراسى الأول

الأعداد والعمليات عليها

النسبة المئوية والنسبة والتناسب

1-1 التناسب 2

1-2 تطبيقات النسبة والتناسب 7

مجموعات الأعداد

1-3 المجموعات والعمليات عليها 14

العمليات على الأعداد

1-4 العمليات على الأعداد الصحيحة 19

1-5 العمليات على الأعداد النسبية 24

الجبر

2-1 التعبيرات والصيغ الرياضية 32

2-2 المعادلات الخطية 39

الإحصاء

3-1 تنظيم البيانات 47

3-2 الوسط الحسابى 55

3-3 القطاعات الدائرية 60

الهندسة والقياس

4-1 أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا 69

4-2 التوازى 77

4-3 المثلث 84

4-4 الأشكال الرباعية 90

4-5 المضلعات 98

4-6 الإحداثيات 104

تقديم

فـى إطـار التطويـر المسـتمر لمنظومـة التعليـم، واسـتكمالًا لمنظومـة التطويـر التـى بـدأت خططهـا مـن مرحلـة ريـاض الأطفـال والمسـتمرة إلـى نهايـة المرحلـة الثانويـة وفقًـا لرؤيـة مصـر (2030) ، وخطـة الـوزارة لتطويـر التعليم - فقـد تـم إعـداد هـذا الكتـاب لاسـتكمال وتنفيـذ عمليـات تطويـر مناهـج المرحلـة الإعداديـة لإحـداث نقلـة نوعيـة فـى طريقـة إعـداد طـلاب مصـر لمواجهـة تحديـات المسـتقبل.

يسـعدنا أن نقـدم هـذا الكتـاب لمقرر الرياضيات للصـف الأول الإعدادى للفصل الدراسـى الأول، والـذى يتضمـن مجموعـة مـن المهـام والأداءات التـى تسـاعد الطـلاب علـى حـل المشـكلات الرياضيـة ، وذلـك لتحقيـق نواتـج التعلـم لمواجهـة تحديـات القـرن الحـادى والعشـرين، والذى واكبت بدايته ثورة متسارعة فى المعلومات وتكنولوچيا الاتصالات.

يهـدف المنهـج الحالـى إلـى إحـداث نقلـة نوعيـة فـى تعليـم الرياضيـات وتعلُّمها، كما يهـدف أيضًا إلـى توفيـر وسـيلة فعالـة لتحقيـق أهـداف نهـج التعليـم علـى نحـو تكاملـى عـن طريـق الآتـي:

- التأكيد على الدور الإيجابى للطالب فى عملية التعلم.
- تضميـن المنهـج المعـارف والمهـارات والقيم والاتجاهـات الإيجابيـة اللازمة للتعلـم وللمواطنة الصالحـة والعمـل المنتـج والمشـاركة الفاعلـة فـى تحقيق برامـج التنمية المسـتدامة.
- تضميـن المنهـج التوجهـات الإيجابيـة الحديثـة فـى بنـاء المناهـج، مثـل مهـارات التفكيـر ومهـارات حـل المشـكلات ومهـارات التعلـم الذاتـى والتعلـم التعاونـى والتواصـل الجيـد مـع مصـادر المعرفـة.
- تنمية المهارات الأدائية من خلال التركيز على التعلم الذاتى والعمل التعاونى.
- تحقيق التكامل بين الرياضيات والمواد الدراسية عبر المراحل المختلفة.
- إتاحة الفرصة للطلاب لاختيار الأنشطة المناسبة لقدراتهم وميولهم وحاجاتهم.

ونسـأل اللـه عـز وجـل أن تعـم الفائـدة مـن هـذا الكتـاب، ونتمنـى أن يكـون جـزءًا مـن مجهـود وطنـى كبيـر ومتواصـل للارتقـاء بمصـر إلـى مصـاف الـدول المتقدمـة لضمـان مسـتقبل عظيـم لجميـع طلابهـا، كما نتمنـى لكـم عامًـا دراسـيًّا جديـدًا مليئًـا بالنجاحـات والتوفيـق.

والله وليّ التوفيق،،،

المعدون

الوحدة 1

الأعداد والعمليات عليها

دروس الوحدة

النسبة المئوية والنسبة والتناسب

1-1 التناسب

1-2 تطبيقات النسبة والتناسب

مجموعات الأعداد

1-3 المجموعات والعمليات عليها

العمليات على الأعداد

1-4 العمليات على الأعداد الصحيحة

1-5 العمليات على الأعداد النسبية

يعتبر الذكاء الاصطناعى (AI) أحدث مجالات وصور التطور التكنولوچى.
كما يمكن توظيفه فى تحسين عمليات التعليم والتعلم.

◀ فهل يمكن تطوير تطبيقات (AI) لحل مشكلات تتعلق بالرياضيات فى الحياة اليومية ؟

القضايا والمهارات الحياتية

- التواصل الرياضى
- الفهم الرياضى
- التفكير الإبداعى / الناقد
- تكنولوچيا المعلومات
- التنمية المستدامة
- العولمة

القيـــم

- الاحترام
- المثابرة
- الانتماء
- المسئولية
- الصمـــود
- العـــدالة

الدرس

1 - 1

التناسب (Proportion)

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم التناسب
- تكتب علاقة التناسب
- تحدد العلاقات المتناسبة وغير المتناسبة
- تحل التناسب باستخدام خاصية الضرب التبادلى
- تمثل علاقات التناسب بيانيًا
- توظف مفهوم التناسب فى حل مشكلات حياتية

■ المفردات

- النسبة Ratio
- التناسب Proportion
- الضرب التبادلى Cross Products

■ مهارة سابقة

يمكنك إيجاد نسبة مكافئة لنسبة ما بضرب حديها في نفس العدد، أو قسمتهما على نفس العدد ما عدا الصفر

مثال :

$$\frac{2}{3} \overset{\times 2}{=} \frac{4}{6}$$

$$\frac{160}{2} \overset{\div 2}{=} \frac{80}{1}$$

استعد !

ذهب خالد إلى معرض القاهرة الدولى للكتاب لشراء مجموعة من قصص الأطفال التى يحبها أولاده.

تُباع القصص مقابل 96 جنيهًا لكل ثلاث قصص.

اشترى خالد عدد 18 قصة، فكم جنيهًا دفع خالد ؟

في هذا الدرس، سوف تتعلم مفهوم التناسب وخواصه والذي سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش !

لدى أحمد وأمل مستطيلان متطابقان.
قام أحمد بتقسيم أحد المستطيلين إلى ثلاثة أجزاء متساوية ولون جزأين.
قامت أمل بتقسيم المستطيل الآخر إلى ستة أجزاء متساوية ولونت أربعة أجزاء.

$\frac{2}{3}$

$\frac{4}{6}$

هل $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ ؟

تعلم !

مفهوم التناسب التناسب هو تساوي نسبتين أو معدلين على الأقل.

أمثلة :

تساوى نسبتين (تناسب)

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

تساوى معدلين (تناسب)

$$\frac{80 \text{ كيلو متر}}{1 \text{ ساعة}} = \frac{160 \text{ كيلو متر}}{2 \text{ ساعة}}$$

كتابة التناسب

افترض التناسب التالى : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فإن الكميات a, b, c, d على الترتيب توصف بأنها كميات متناسبة.

ويمكن كتابة التناسب كالتالى $a : b = c : d$ (الطرفان: a, d — الوسطان: b, c)

يسمى الحدان a, d **بالطرفين** ويسمى الحدان b, c **بالوسطين**

مراجعة سريعة

- النسبة هى إحدى طرق المقارنة بين كميتين من نفس النوع.
- يمكن التعبير عن النسبة بين الكمية a والكمية b بإحدى الطرق a إلى b أو a : b أو $\frac{a}{b}$

خاصية الضرب التبادلى

فى كل من التناسبات التالية، أوجد حاصل ضرب الطرفين وحاصل ضرب الوسطين وقارن بينهما.

$\frac{6}{18}=\frac{2}{6}$ ، $\frac{24}{32}=\frac{3}{4}$ ، $\frac{2}{5}=\frac{8}{20}$

ماذا تستنتج؟

خاصيـة

إذا كان : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فإن : $a\times d=b\times c$ (الضرب التبادلى)

إذا كان : $a\times d=b\times c$ فإن : a , b , c , d فى تناسب.

تحديد التناسب باستخدام الضرب التبادلى

مثال 1

حدد أيًا من أزواج النسب التالية يمثل تناسبًا.

1) $\frac{4}{7}$ ، $\frac{12}{21}$ 2) $\frac{6}{10}$ ، $\frac{10}{25}$

1) $\frac{4}{7} \stackrel{?}{=} \frac{12}{21}$

استخدم الضرب التبادلى $7\times12 \stackrel{?}{=} 4\times21$

$84 = 84$

لذا زوج النسب $\frac{12}{21}$ ، $\frac{4}{7}$ يمثل تناسبًا

2) $\frac{6}{10} \stackrel{?}{=} \frac{10}{25}$

استخدم الضرب التبادلى $10\times10 \stackrel{?}{=} 6\times25$

$150 \neq 100$

لذا زوج النسب $\frac{10}{25}$ ، $\frac{6}{10}$ لا يمثل تناسبًا

تحديد التناسب باستخدام التمثيل البيانى

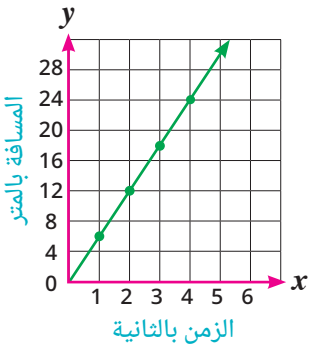
مثال 2

يوضح الجدول المقابل المسافة التى يقطعها باسم بالمتر فى أحد تدريبات الجرى. حدد ما إذا كانت المسافة بالمتر متناسبة مع الزمن بالثانية. **اشرح استنتاجك.**

المسافات المقطوعة	
الزمن بالثانية	المسافة بالمتر
1	6
2	12
3	18
4	24

مثل بيانيًا على المستوى الإحداثى الأزواج المرتبة التى تعبر عن العلاقة بين الزمن والمسافة.

النقط الممثلة للأزواج المرتبة تقع على خط مستقيم يمر بنقطة الأصل، لذلك المسافة بالمتر تتناسب مع الزمن بالثانية.



إرشاد

- إذا كانت النقط لا تقع على خط مستقيم، أو تقع على خط مستقيم لا يمر بنقطة الأصل، فإن العلاقة لا تمثل تناسبًا.

تنوع الاستراتيجيات

فى مثال 1

- يمكنك حل مسألة (1) بتبسيط النسبة $\frac{12}{21}$

$\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$ (÷3 ، ÷3)

- هل يمكنك حل مسألة (2) بتبسيط النسب ؟

تقييم ذاتى (1)

حدد أيًا مما يلى يمثل تناسبًا.

1) $\frac{4}{8} \stackrel{?}{=} \frac{10}{20}$

2) $\frac{30}{42} \stackrel{?}{=} \frac{25}{40}$

توظيف التكنولوجيا

يمكن تمثيل المعلومات فى مثال 2 بيانيًا باستخدام برامج وتطبيقات مختلفة مثل : Excel ، GeoGebra

تقييم ذاتى (2)

استخدم برنامج Excel لتمثيل بيانات الجدول التالى بيانيًا، ثم حدد هل تعبر عن علاقات تناسب أم لا، مع التفسير.

سعر الفطائر شامل رسوم التوصيل	
عدد الفطائر	التكلفة بالجنيه
1	25
2	45
3	65
4	85

حـل التناسـب

مثال 3

حل التناسب : $\frac{12}{16} = \frac{21}{x}$

المقصود بحل التناسب إيجاد القيمة المجهولة فى التناسب.

اكتب التناسب $\frac{12}{16} = \frac{21}{x}$

استخدم الضرب التبادلى $16 \times 21 = x \times 12$

اضرب $336 = 12x$

اقسم على 12 $\frac{336}{12} = \frac{12x}{12}$

بسط $28 = x$

مثال 4

الربط بالعلوم : يزن جسم على الأرض 90 نيوتن،
إذا علمت أن وزنه على القمر 15 نيوتن،
فكم يبلغ وزن جسم آخر على القمر إذا كان وزنه على الأرض 60 نيوتن؟

افرض أن x تمثل وزن الجسم الآخر على القمر

إذن : $\frac{15}{90} = \frac{x}{60}$ كتابة التناسب

الضرب التبادلى $90 \times x = 15 \times 60$

الضرب $90x = 900$

القسمة على 90 $\frac{90x}{90} = \frac{900}{90}$

التبسيط $x = 10$

أى أن وزن الجسم الآخر على القمر 10 نيوتن.

الحساب الذهنى

◂ يمكنك تبسيط النسبة $\frac{12}{16}$ قبل إجراء الضرب التبادلى

$\frac{12}{16} \overset{\div 4}{=} \frac{3}{4}$

فيصبح التناسب $\frac{3}{4} = \frac{21}{x}$

◂ يمكنك حل التناسب السابق باستخدام الحساب الذهنى مباشرة

$\frac{3}{4} \overset{\times 7}{=} \frac{21}{x}$

إذن : $x = 28$

■ تقييم ذاتى ③

حل كلًا من التناسبين الآتيين :

1. $\frac{2}{5} = \frac{x}{20}$
2. $a : 36 = 25 : 20$

■ معلومة إثرائية

وحـدات قياس الـوزن تختلف عـن وحدات قيـاس الكتلة.

فمن وحدات قياس الوزن:
النيوتن - الداين

بينما
الطن - الكيلو جرام - الجرام
هى وحدات لقياس الكتلة

■ تقييم ذاتى ④

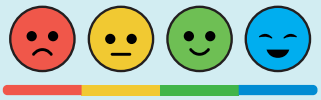
إذا قطعت سيارة مسافة 320 كيلومتر فى 4 ساعات، فكم ساعة تحتاجها هذه السيارة لتقطع مسافة 480 كيلومتر أخرى إذا تحركت وفق نفس المعدل؟

نشاط تعاونى

تعاون مع أحد أصدقائك واستخدم شبكة الإنترنت لاكتشاف العلاقة بين وزن الجسم على القمر ووزنه على الأرض.

استخدم ما ستتوصل إليه في حساب وزن صديقك على القمر واجعل صديقك يحسب وزنك على القمر.

تقييم الدرس



أولاً قياس المفاهيم

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) أى مما يلى يمثل تناسبًا؟

(أ) ثمن 3 كجم من الموز هو 54 جنيهًا، وثمن 5 كجم من الموز هو 80 جنيهًا.

(ب) 10 أهداف من 12 محاولة، 12 هدفًا من 18 محاولة.

(جـ) قراءة 3 كتب فى شهرين، وقراءة 9 كتب فى ستة شهور.

(د) 144 نبضة فى دقيقتين ، و210 نبضات فى ثلاث دقائق.

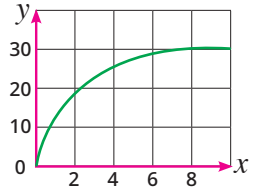
(2) يستطيع مجدى الجرى مسافة 75 مترًا فى 25 ثانية، إذا استمر بنفس سرعته، فأى تناسب مما يأتى يمكنك استخدامه لإيجاد الزمن (x) الذى يحتاجه لقطع مسافة 300 متر؟

(أ) $\frac{75}{25} = \frac{x}{300}$ (ب) $\frac{75}{25} = \frac{300}{x}$

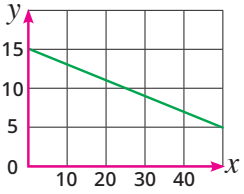
(جـ) $\frac{25}{x} = \frac{300}{75}$ (د) $\frac{75}{x} = \frac{300}{25}$

(3) أى من العلاقات المبينة فى كل مما يلى تمثل تناسبًا؟

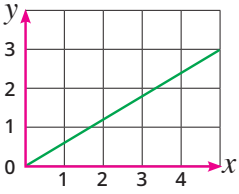
(أ)



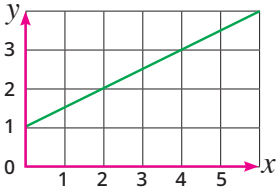
(ب)



(جـ)



(د)



◄ فى كل مما يأتى هل الكميات متناسبة؟
إذا كانت متناسبة، اكتب التناسب.

(4) 24 , 15 , 8 , 5

(5) 18 , 16 , 27 , 12

◄ أى مما يلى يمثل تناسبًا؟

(6) $\frac{2}{5} \stackrel{?}{=} \frac{4}{10}$

(7) $\frac{3}{4} \stackrel{?}{=} \frac{6}{9}$

(8) $\frac{15}{25} \stackrel{?}{=} \frac{30}{60}$

(9) $\frac{5}{4} \stackrel{?}{=} \frac{7.5}{6}$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◄ حل التناسبات التالية :

(10) $\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$

(11) $\frac{15}{x} = \frac{30}{12}$

(12) $a : 16 = 5 : 4$

(13) $\frac{1}{3} = \frac{2}{b+1}$

◄ أكمل التناسبات التالية :

(14) $\frac{6}{8} = \frac{_}{_}$

(15) $\frac{20}{25} = \frac{36}{_}$

(16) $\frac{48}{72} = \frac{_}{15}$

(17) $\frac{12}{_} = \frac{_}{15}$

(18) **ادخار :** يوضح الجدول المقابل عدد الجنيهات التى يدخرها إبراهيم خلال عدد معين من الشهور. هل المبلغ يتناسب مع عدد الشهور؟

المبلغ بالجنيه	300	600	900	1200
عدد الشهور	2	4	6	8

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

19 تسوق : اشترى عمر 8 تفاحات بمبلغ 60 جنيهًا،
كم تفاحة من نفس النوع يمكن أن يشتريها بمبلغ 105 جنيهات؟

تناول الفاكهة بشكل يومي يوفر فوائد عديدة
فهي غنية بالفيتامينات الضرورية للجسم.

20 الربط بالعلوم : تستخدم سيارة 5 لترات من البنزين لقطع مسافة 40 كم.
ما هى كمية البنزين التى تحتاجها السيارة لتقطع مسافة 128 كم
إذا سارت بنفس المعدل؟

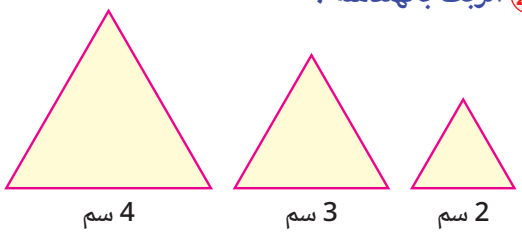
القيام بالصيانات الدورية للسيارات
يعمل على تقليل انبعاثات الكربون المضر بالبيئة.

21 ثقافة : تقرأ إيمان 10 صفحات فى 40 دقيقة، فما الزمن بالساعات
الذى تستغرقه فى قراءة كتاب من 120 صفحة إذا قرأت بنفس المعدل؟

تساعد القراءة على تعزيز الخيال
وتوسيع الثقافة واكتساب المعرفة.

تفكير إبداعى

22 الربط بالهندسة :



كل المثلثات السابقة هى مثلثات متساوية الأضلاع.
هل العلاقة بين محيط المثلث وطول ضلعه فى المثلثات
المتساوية الأضلاع تمثل علاقة تناسب؟ وضح إجابتك.

23 إذا كان 15% من x يساوى 20% من y،
فكم تساوى $x : y$؟

(أ) 4 : 5

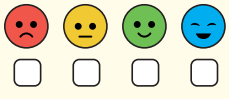
(ب) 2 : 3

(جـ) 3 : 4

(د) 4 : 3

قيّم فهمك!

ما مدى فهمك للتناسب ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس
2 - 1

تطبيقات النسبة والتناسب
(Applications of Ratio and Proportion)

■ نواتج التعلم

- تعرف مقياس الرسم
- تحسب مقياس الرسم
- تحسب الطول الحقيقى
- تحسب الطول فى الرسم
- تحل مسائل تتضمن مقياسًا للرسم
- تعرف مفهوم التقسيم التناسبى.
- تستخدم النسبة والتناسب فى حل تطبيقات حياتية كمقياس الرسم والتقسيم التناسبى والبيع والشراء.

■ المفردات

- مقياس الرسم Scale Drawings
- الطول فى الرسم Length in Drawing
- الطول الحقيقى Real Length
- التكبير Magnification
- التصغير Minimization
- التقسيم التناسبى Proportional Division
- النسبة المئوية Percentage

■ الربط بالحياة

تستخدم تطبيقات GPS مقياس الرسم لتحديد المسافات على الخرائط ومن ثم تقدير الزمن الذى تستغرقه الرحلة بناءً على السرعة التى تسير بها السيارة.

استعد !

البرج الأيقونى

البرج الأيقونى هو أحد المشروعات الكبرى بالعاصمة الإدارية الجديدة فى مصر، وهو أعلى برج فى أفريقيا.

رسم سامح صورة للبرج الأيقونى وكان طول البرج فى الصورة 38.5 سم. إذا كانت النسبة بين طول البرج فى الصورة إلى طوله الحقيقى كنسبة 1 : 1,000

كم تتوقع أن يكون طول البرج الحقيقى؟

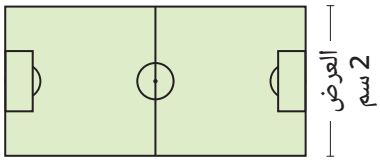
فى هذا الدرس، سوف تتعلم بعض المفاهيم المتعلقة بالنسبة والتناسب مثل مقياس الرسم والذى سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش !

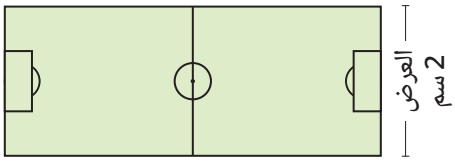
قام كل من مجدى وأمل برسم مستطيل ليمثل كل منهما ملعب كرة قدم طوله 20 م وعرضه 10 م.

أى منهما استطاع تمثيل الملعب بشكل صحيح ؟! اشرح استنتاجك.

رسم أمل



رسم مجدى



فى أى من المستطيلين تجد أن النسبتين

$\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى للملعب}}$ ، $\frac{\text{العرض فى الرسم}}{\text{العرض الحقيقى للملعب}}$ **تمثل تناسبًا ؟**

تعلم !

أولاً مقياس الرسم

يمثل مقياس الرسم أساسًا فى فهم ورسم الخرائط، ويعتبر أداة أساسية وفعالة فى الرسم الهندسى وبناء النماذج.

مفهوم مقياس الرسم

مقياس الرسم هو نسبة تقارن بين البُعد فى الرسم أو النموذج إلى البُعد الحقيقى.

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}}$$

مثال 1

الربط بالجغرافيا : إذا كان مقياس الرسم على الخريطة هو 1 : 600,000 وكانت المسافة بين نقطتين على الخريطة تساوى 4.5 سم.

أوجد المسافة الحقيقية بين النقطتين.

حيث إن مقياس الرسم = $\frac{\text{المسافة على الخريطة}}{\text{المسافة الحقيقية}}$

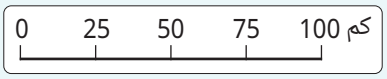
أى أن $\frac{1}{600,000} = \frac{4.5 \text{ سم}}{\text{المسافة الحقيقية}}$

1 × المسافة الحقيقية = 600,000 × 4.5 سم (الضرب التبادلى)

المسافة الحقيقية = 2,700,000 سم

$= \frac{2,700,000}{100 \times 1,000} =$ 27 كم

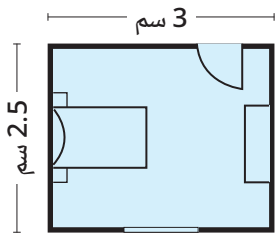
◂ **يمكن التعبير عن مقياس الرسم فى الخرائط بالشكل التالى :**



وهذا يعنى أن كل 1 سم على الخريطة يمثل 25 كم فى الحقيقة.

مثال 2

الربط بالهندسة : يمثل الشكل المقابل نموذجًا مصغرًا لغرفة حيث إن كل 1 سم فى النموذج يمثل 1.2 متر فى الحقيقة ، **فما مساحة الغرفة الحقيقية ؟**



مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}}$

$\frac{1 \text{ سم}}{1.2 \text{ متر}} = \frac{3 \text{ سم}}{\text{طول الغرفة الحقيقى}}$

طول الغرفة الحقيقى = 3 × 1.2 = 3.6 متر

$\frac{1 \text{ سم}}{1.2 \text{ متر}} = \frac{2.5 \text{ سم}}{\text{عرض الغرفة الحقيقى}}$

عرض الغرفة الحقيقى = 2.5 × 1.2 = 3 أمتار

مساحة الغرفة الحقيقية = 3.6 × 3 = 10.8 متر مربع

مراجعة سريعة

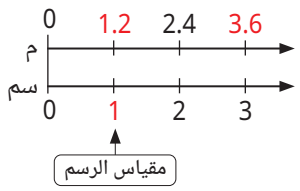
- 1 كيلومتر = 1,000 متر
- 1 متر = 10 ديسيمتر = 100 سنتيمتر
- 1 سنتيمتر = 10 ميليمتر

تكنولوچيا

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة لإجراء حساب التحويلات بين وحدات القياس المترية

■ تنوع الاستراتيچيات

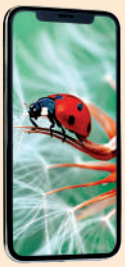
◂ يمكنك استخدام خط الأعداد المزدوج لإيجاد طول الغرفة.



◂ استخدام خط الأعداد المزدوج لإيجاد عرض الغرفة.

■ تقييم ذاتى (1)

التقطت سمر صورة مكبرة لإحدى الحشرات الدقيقة، فإذا كان طول الحشرة فى الصورة هو 12 سم وطولها الحقيقى 3 مم، أوجد مقياس الرسم.



■ ملاحظة

◂ إذا كان مقياس الرسم < 1 فإنه يدل على التصغير.

◂ إذا كان مقياس الرسم > 1 فإنه يدل على التكبير.

■ تقييم ذاتى (2)

تم عمل نموذج لقطعة أرض على شكل مستطيل بعداه 6 سم، 5 سم حيث إن كل 1 سم فى النموذج يمثل 5 أمتار فى الحقيقة.

فما هو محيط قطعة الأرض لعمل سياج حولها؟

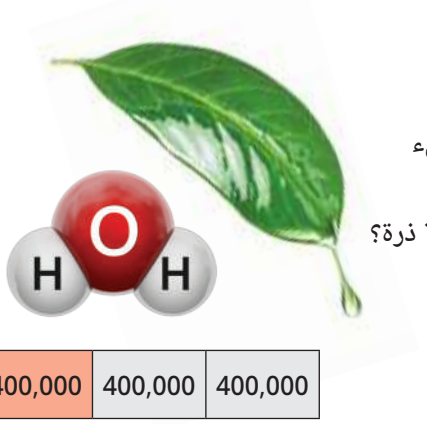
ثانيًا التقسيم التناسبى

مفهوم التقسيم التناسبى

التقسيم التناسبى هو تقسيم شىء (مال أو أرض أو وزن أو ...) إلى جزأين أو أكثر بنسبة معلومة.
يستخدم التقسيم التناسبى فى العديد من التطبيقات الحياتية، منها تقسيم الأرباح وتقسيم الميراث، وغيرها من التطبيقات الأخرى.

مثال 3

الربط بالعلوم : إذا كانت النسبة بين عدد ذرات الهيدروجين إلى عدد ذرات الأكسجين فى جزىء الماء كنسبة 1 : 2 ، فما عدد ذرات كل منهما فى جزء من قطرة ماء يحتوى على 1,200,000 ذرة؟



400,000	400,000	400,000

نسبة الهيدروجين إلى الأكسجين هى 1 : 2

مجموع الأجزاء = 1 + 2 = 3

قيمة الجزء = $\frac{1,200,000}{3}$ = 400,000 ذرة

عدد ذرات الأكسجين = 1 × 400,000 = 400,000 ذرة

عدد ذرات الهيدروجين = 2 × 400,000 = 800,000 ذرة

مثال 4

الربط بالتجارة : اشترك ثلاثة أشخاص فى إنشاء مصنع.
دفع الأول 9,000,000 جنيه، ودفع الثانى 6,000,000 جنيه، ودفع الثالث 7,500,000 جنيه، وكانت الأرباح فى نهاية العام الأول 2,250,000 جنيه ، ووزعت الأرباح حسب مساهمة كل منهم فى رأس المال. **احسب نصيب كل منهم من أرباح العام الأول.**

الأرباح توزع بنفس نسبة مساهمة كل منهم فى رأس المال

	الثالث		الثانى		الأول
(÷100000)	7,500,000	:	6,000,000	:	9,000,000
(÷15)	75	:	60	:	90
	5	:	4	:	6

نسبة توزيع الأرباح = 5 : 4 : 6

مجموع الأجزاء = 5 + 4 + 6 = 15

قيمة الجزء = $\frac{2,250,000}{15}$ = 150,000 جنيه

- نصيب الأول = 6 × 150,000 = 900,000 جنيه
- نصيب الثانى = 4 × 150,000 = 600,000 جنيه
- نصيب الثالث = 5 × 150,000 = 750,000 جنيه

■ تكنولوچيا

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة فى إجراء العمليات الحسابية المجاورة، وتأكد من صحة النواتج.

■ تقييم ذاتى (3)

إذا أراد رجل توزيع مبلغ 3600 جنيه على شخصين بنسبة 2 : 3
فكم يكون نصيب كل منهما ؟

■ تنوع الاستراتيجيات

◂ يمكنك حساب عدد ذرات كل منهما دون إيجاد قيمة الجزء

- عدد ذرات الأكسجين

$1 \times \frac{1,200,000}{3} =$

- عدد ذرات الهيدروجين

$2 \times \frac{1,200,000}{3} =$

■ ريادة أعمال

يوجد العديد من المشروعات التي تهدف إلى تعزيز الاقتصاد المصري وتحقيق التنمية المستدامة، ومنها مشروعات تطوير المصانع والمنشآت الصناعية مثل الصلب والبتروكيماويات والسيارات.

■ تقييم ذاتى (4)

اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع رأس ماله 500,000 جنيه بنسبة 3 : 5 : 2
احسب ما دفعه كل شخص فى رأس المال.

ثالثًا تطبيقات النسبة المئوية

أولاً: حساب التخفيض (الخصم)

عند تخفيض سعر سلعة بمعدل d% فإن :

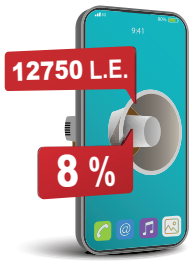
قيمة التخفيض = سعر السلعة × d% = سعر السلعة × $\frac{d}{100}$

ويكون سعر السلعة بعد التخفيض = السعر الأصلى للسلعة − قيمة التخفيض

إيجاد السعر بعد التخفيض أو الخصم

مثال 5

إذا كان سعر التليفون المحمول فى أحد المتاجر 12,750 جنيهًا، تم تخفيض سعره بمعدل 8%. فكم يكون سعره بعد التخفيض؟



قيمة التخفيض بالجنيه

$12{,}750 \times \frac{8}{100} = 1{,}020$

فيكون سعر التليفون المحمول بعد التخفيض بالجنيه

$12{,}750 - 1{,}020 = 11{,}730$

إيجاد السعر الأصلى قبل التخفيض

مثال 6

حصلت ساندى على معدل خصم 15% من ثمن حذاء رياضى من أحد المتاجر، فدفعت مبلغًا قدره 340 جنيهًا. فما السعر الأصلى للحذاء؟

نسبة سعر الشراء إلى السعر الأصلى هى

$100\% - 15\% = 85\%$

$P \times \frac{85}{100} = 340$

$P = 340 \div \frac{85}{100}$

$P = 340 \times \frac{100}{85} = 400$

أى أن السعر الأصلى = 400 جنيه

تنوع الاستراتيجيات

النسبة ← $\frac{85}{100} = \frac{340}{P}$ ← سعر الشراء / السعر الأصلى

استخدم الضرب التبادلى

$P \times 85 = 340 \times 100$

اقسم على 85

$P = \frac{340 \times 100}{85} = 400$

ثانيًا: حساب الإضافة (الزيادة)

عند زيادة سعر سلعة نتيجة إضافة ضريبة أو عمولة أو ربح بمعدل t% فإن:

قيمة الزيادة = سعر السلعة × t% = سعر السلعة × $\frac{t}{100}$

ويكون سعر السلعة بعد الزيادة = السعر الأصلى للسلعة + قيمة الزيادة

تقييم ذاتى 5

أعلن أحد المتاجر عن معدل خصم 20% على أى سلعة موجودة بالمتجر.
ما سعر شراء قميص ثمنه قبل الخصم 420 جنيهًا؟

تقييم ذاتى 6

إذا كان 498 جنيهًا هو سعر جاكيت بعد خصم 17% من سعره الأصلى، فأوجد سعر الجاكيت قبل الخصم.

■ خطأ شائع

اعتدنا القول إن "ضريبة المبيعات هي 14%"، وهذا غير صحيح، لأن 14% هى معدل الضريبة بينما 72.8 جنيهًا هي قيمة الضريبة الفعلية كما فى مثال (7).

■ تقييم ذاتى (7)

إذا كان سعر إطار السيارة 3200 جنيه. فكم يكون سعر بيع الإطار بعد إضافة ضريبة معدلها 10%؟

إيجاد قيمة الضريبة

مثال (7)

اشترك عمر فى خدمة الإنترنت المنزلى بمبلغ 520 جنيهًا شهريًا مضافًا إليه معدل ضريبة 14% من سعر الخدمة.

فما قيمة الضريبة والمبلغ المدفوع من عمر شهريًا؟

قيمة الضريبة $= \frac{14}{100} \times 520 = 72.8$ جنيه

فيكون الاشتراك الشهرى $= 520 + 72.8 = 592.8$ جنيه

■ تنوع الاستراتيجيات

يمكن حساب المبلغ المدفوع من عمر مباشرة دون إيجاد قيمة الضريبة أولًا كالتالى:

نسبة المبلغ المدفوع إلى سعر الخدمة تساوى

$100\% + 14\% = 114\%$

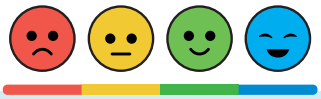
المبلغ المدفوع ← $\frac{m}{520} = \frac{114}{100}$ ← سعر الخدمة

$m = \frac{114 \times 520}{100} = 592.8$

نشاط تعاونى

تعاون مع أصدقائك بالفصل فى قياس أبعاد فصلك. استخدم هذه الأبعاد واختر مقياس رسم مناسب وارسم مخطط مصغر لفصلك.

تقييم الدرس



أولًا قياس المفاهيم

◄ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(1) إذا كان الطول فى الرسم 2 سم والطول الحقيقى 6 متر، فما هو مقياس الرسم ؟

(أ) 1 : 3 (ب) 1 : 30

(جـ) 1 : 300 (د) 1 : 3,000

(2) إذا كان مقياس الرسم 1 : 1,000 والطول فى الرسم 2.5 سم، فما هو الطول الحقيقى بالمتر ؟

(أ) 0.25 متر (ب) 25 متر

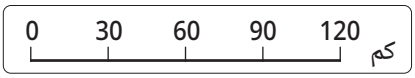
(جـ) 2.5 متر (د) 250 متر

(3) إذا كان الطول الحقيقى 90 متر ومقياس الرسم 1 : 10,000. فما هو الطول فى الرسم بالسنتيمتر ؟

(أ) 0.09 سم (ب) 90 سم

(جـ) 9 سم (د) 0.9 سم

(4) إذا كان مقياس رسم خريطة هو



وكانت المسافة بين مدينتين على الخريطة هى 3 سم فما هى المسافة الحقيقية بينهما؟

(أ) 30 كم (ب) 1,200,000 سم

(جـ) 90 كم (د) 90,000 سم

◄ **اكتشف الخطأ :**

(5) تم تقسيم مبلغ 960 جنيهًا بين شخصين بنسبة 3 : 5، أى من نور ومرام اتبع الطريقة الصحيحة فى الحل؟ ناقش.

حل نور :

نصيب الأول $= \frac{3}{5} \times 960$

نصيب الثانى $= \frac{5}{3} \times 960$

حل مرام :

نصيب الأول $= \frac{3}{8} \times 960$

نصيب الثانى $= \frac{5}{8} \times 960$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(6) إذا انخفض سعر سلعة من 1,500 جنيه إلى 1,200 جنيه، فما معدل التخفيض؟

(أ) 3%　　(ب) 15%

(جـ) 20%　　(د) 30%

(7) قُسمت قطعة أرض مساحتها 36 فدانًا بين شخصين بنسبة 2 : 7 ، أى مما يأتى يمكن أن يكون نصيبًا لأحد الشخصين؟

(أ) 4 أفدنة　　(ب) 14 فدانًا

(جـ) 18 فدانًا　　(د) 28 فدانًا

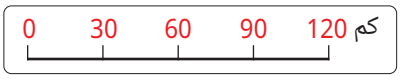
◂ **أجب عن الأسئلة الآتية :**

(8) عددان النسبة بينهما 5 : 2 فإذا كان العدد الأصغر 48 ، فما هو العدد الأكبر؟

(9) قُسم مبلغ قدره 7,200 جنيه على ثلاثة أشخاص بنسبة 5 : 4 : 3 ، أوجد نصيب كل منهم.

(10) يتقاضى عُمَر أجرًا ضعف ما يتقاضاه خالد ، إذا كان مجموع أجريهما 36,000 جنيه. فما أجر كل واحد منهما؟

(11) استخدم مقياس الرسم الموضح وأوجد المسافة الحقيقية بين القاهرة والإسكندرية.



ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(12) **جغرافيا :** إذا كانت المسافة الحقيقية بين مدينة القاهرة ومدينة دمياط تساوى 200 كم والمسافة بينهما على الخريطة 5 سم، أوجد مقياس رسم هذه الخريطة.

(13) **خرائط :** إذا كان مقياس الرسم على الخريطة هو 1 : 4,000,000 وكانت المسافة الحقيقية بين مدينتين تساوى 350 كم. أوجد المسافة على الخريطة بين المدينتين.

(14) **ملكية عامة :** صُنع نموذج لبرج القاهرة بمقياس رسم 200 : 1، فإذا كان طول برج القاهرة 187 مترًا، فما طول البرج فى النموذج بالسنتيمتر؟

يجب الحفاظ على الملكية العامة للمنشآت المختلفة

(15) **تعليم :** إذا كان عدد طلاب مدرسة 576، والنسبة بين عدد البنات إلى عدد البنين هى 3 : 5 فأوجد الزيادة فى عدد البنات عن عدد البنين.

تساعد إدارة الوقت على تحقيق الإنجاز والنجاح.

(16) **سبائك :** تتكون سبيكة البرونز التى تُصنع منها الميداليات من ثلاثة معادن هى النحاس والقصدير والزنك، بنسبة $\frac{1}{45} : \frac{1}{18} : \frac{1}{5}$ ،
فإذا كانت كتلة إحدى الميداليات 425 جرامًا، **فأوجد كتلة كل معدن من المعادن الثلاث.**

(17) **ميراث :** توفى رجل وترك ميراثًا قدره 150,000 جنيه عن زوجة وولدين وبنت، فإذا كان نصيب زوجته $\frac{1}{8}$ المبلغ ، ويوزع الباقى على ولديه الاثنين وبنته الوحيدة. فكم يكون نصيب البنت ونصيب الولد علمًا بأن نصيب الولد إلى نصيب البنت 1 : 2 ؟

(18) **هندسة :** إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاع مثلث محيطه 135 سم هى 3 : 5 : 7 ،
فأوجد طول أكبر أضلاعه.

(19) تبلغ تكلفة وجبة 150 جنيهًا ويضاف 18% من سعر التكلفة ربحًا عن الوجبة،
فما سعر بيع الوجبة؟

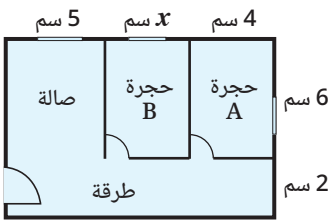
(20) **تسوق:** ترغب مريم فى شراء مكنسة كهربائية ثمنها 6,800 جنيه،
فإذا كان معدل الخصم 12%، فأوجد ما ستدفعه مريم لشراء المكنسة.

(21) **تجارة إلكترونية:** يحصل متجر إلكترونى على معدل عمولة 1.5% نظير تسويق بضاعة التجار،
فإذا باع خلال أسبوع بضاعة بمبلغ 42,000,000 جنيه، فاحسب مبلغ العمولة خلال هذا الأسبوع؟

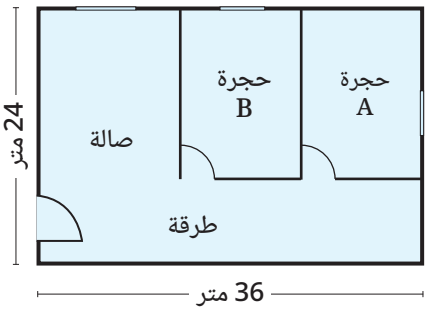
(22) إذا كان سعر جهاز تليفزيون 12,600 جنيه بعد تخفيض سعره بنسبة 16%، فما سعر الجهاز قبل التخفيض؟

تفكير إبداعى

(23) **الربط بالهندسة :** إذا كان شكل (1) تصغيرًا لشكل (2) بمقياس رسم ما، وكان عرض الحجرة B هو x سم،
أوجد قيمة x

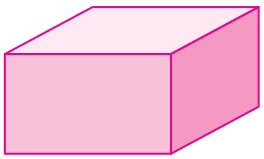


شكل (1)



شكل (2)

(24) متوازى مستطيلات مجموع أطوال أحرفه 1,440 سم،
إذا كانت النسبة بين أبعاده هى 5 : 4 : 3 ،
فأوجد حجم متوازى المستطيلات.



قيّم فهمك!

ما مدى فهمك لتطبيقات النسبة والتناسب؟
ضع علامة فى المربع المناسب

الدرس
1 - 3

المجموعات والعمليات عليها
(Sets and Its Operations)

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم المجموعات.
- تعبر عن المجموعة بطريقة السرد.
- تعبر عن المجموعة بطريقة الصفة المميزة.
- تمثل المجموعة بشكل ڤن.
- تعرف رمز الانتماء والمجموعة الجزئية.
- تعرف رمز تقاطع مجموعتين واتحاد مجموعتين.
- توجد ناتج اتحاد أو تقاطع مجموعتين.
- تعبر عن عمليتى اتحاد وتقاطع مجموعتين باستخدام شكل ڤن.

■ المفردات

- مجموعة Set
- شكل ڤن Venn Diagram
- طريقة السرد (القائمة) Listing Method
- طريقة الصفة المميزة Set-Builder Method
- ينتمى إلى Belong to
- مجموعة جزئية Subset
- تقاطع Intersection
- اتحاد Union

■ تاريخ الرياضيات

أحد استخدامات شكل ڤن تمثيل المجموعات وإظهار العلاقات بينها، وقد استخدمه العالم الإنجليزى چون ڤن (1834 - 1923) فى القرن التاسع عشر الميلادى.

■ تقييم ذاتى (1)

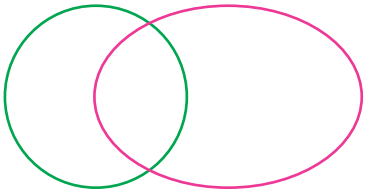
1. اكتب بطريقة السرد مجموعة أرقام العدد 4540.
2. اكتب بطريقة الصفة المميزة المجموعة {2 ، 3 ، 5}.

استعد !

كتب عمر مجموعة أسماء الدول العربية التى يحتوى علمها على هلال ، وكتبت سلوى مجموعة أسماء الدول العربية التى يحتوى علمها على نجمة واحدة على الأقل.
ما مجموعة أسماء الدول العربية المشتركة بينهما ؟

فى هذا الدرس ، ستتعلم مفهوم المجموعة والمفاهيم والعمليات المرتبطة بها والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش !



الأعداد 4 ، 6 ، 8 ، 12 تقبل القسمة على 2
والأعداد 6 ، 9 ، 12 تقبل القسمة على 3
هل يمكنك توزيع جميع الأعداد السابقة فى شكل (مخطط) ڤن المقابل ؟
ماذا تعنى لك الأعداد التى قمت بتوزيعها فى المنطقة المشتركة من شكل ڤن ؟

تعلم !

مفهوم المجموعة

مفهوم المجموعة

المجموعة هى تجمع من الأشياء المعروفة والمحددة تحديدًا تامًا.
هذه الأشياء تسمى عناصر المجموعة، وتكتب داخل القوسين { }
دون تكرار ولا يشترط الترتيب.

التعبير عن المجموعة

يمكن التعبير عن المجموعة إما بطريقة السرد أو الصفة المميزة أو شكل ڤن.
مثال: إذا كانت A مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من 4 فإنه يمكن التعبير عن المجموعة A بإحدى الطرق التالية :

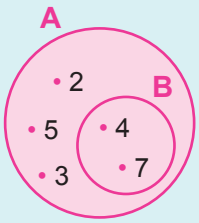
طريقة السرد (القائمة)	طريقة الصفة المميزة	شكل ڤن
$A=\{0,1,2,3\}$	$A=\{x:x\in N, x<4\}$ حيث N مجموعة الأعداد الطبيعية	A: 0 ، 1 ، 2 ، 3

أنواع المجموعات

المجموعة المنتهية	المجموعة غير المنتهية	المجموعة الخالية
هى مجموعة تحتوى على عدد منته من العناصر مثل : $X=\{2,3,5\}$ وعدد عناصرها 3 عناصر.	هـى مجموعـة تحتـوى علـى عدد غيـر منته من العناصر مثل : $N=\{0,1,2,3,\ldots\}$	هى مجموعة لا تحتوى على أى عناصر ويرمز لها بالرمز ϕ أو $\{\ \}$ مثل : مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين 1 و 2

الاحتواء (المجموعة الجزئية)

بفرض أن : $A=\{2,3,4,5,7\}$ و $B=\{4,7\}$



تجد أن : $4\in A$ ، $4\in B$ و $7\in A$ ، $7\in B$

أى أن كل عنصر من عناصر المجموعة B ينتمى للمجموعة A

لذلك نقول إن المجموعة B هى مجموعة جزئية من المجموعة A ،
ويُعبر عنها بالرمز : $B\subset A$

وتقرأ: B مجموعة جزئية من A أو A تحتوى B،
وعند تمثيلهما بشكل ڤن فإننا نرسم المجموعة B داخل المجموعة A

مثال 1

أى المجموعات التالية جزئية من المجموعة $X=\{1,3,4,5,6\}$

1) $A=\{3,5,9\}$ 2) $B=\{1,5,6\}$

1) $A\in X$ ، $9\notin X$ ، لذلك $A\not\subset X$ "الرمز $\not\subset$ يقرأ ليست جزئية"
2) كل عنصر من عناصر المجموعة B هو عنصر من عناصر X ، لذلك $B\subset X$

مثال 2

اكتب جميع المجموعات الجزئية من المجموعة $A=\{4,6,8\}$ واذكر عددها.

المجموعات الجزئية من المجموعة A هى
$\{8\}$ ، $\{6\}$ ، $\{4\}$
$\{6,8\}$ ، $\{4,8\}$ ، $\{4,6\}$
ϕ ، $\{4,6,8\}$
عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A يساوى
$2^3=8$

إرشاد للحل:

- عدد المجموعات الجزئية من مجموعة عدد عناصرها n يساوى 2^n
- المجموعة الخالية ϕ ، والمجموعة A نفسها تسمى مجموعات جزئية غير فعلية.

■ تقييم ذاتى ②

أعط مثالًا لكل مما يأتى:

1) مجموعة منتهية.
2) مجموعة غير منتهية.
3) مجموعة خالية.

■ ملاحظة

الرمز $\in$
يقرأ "ينتمى إلى"
ويستخدم للتعبير عن انتماء عنصر لمجموعة

الرمز $\notin$
يقرأ "لا ينتمى إلى"
ويستخدم للتعبير عن عدم انتماء عنصر لمجموعة

■ تقييم ذاتى ③

إذا كانت : $X=\{2,9,3,5\}$
فأى من المجموعات التالية جزئية من X ؟

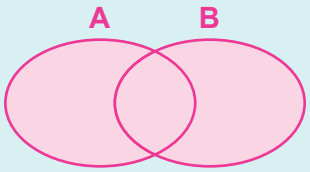
1) $A=\{1,5,9\}$
2) $B=\{2,3\}$

■ تقييم ذاتى ④

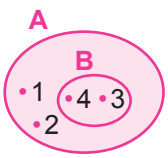
أوجد عدد المجموعات الجزئية مـن مجموعـة تحتـوى علـى 5 عناصر.

العمليات على المجموعات

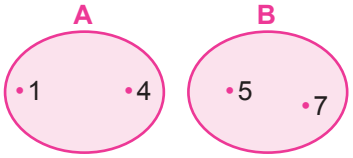
أولاً : اتحاد مجموعتين



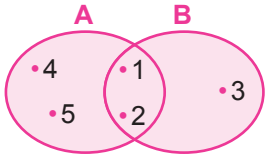
$A \cup B$ يساوى مجموعة العناصر التى تنتمى إلى المجموعة A أو المجموعة B



$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$

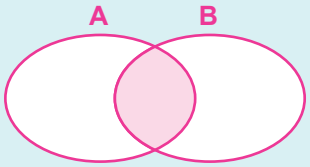


$A \cup B = \{1, 4, 5, 7\}$

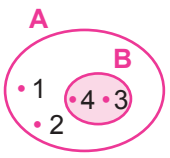


$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ثانيًا : تقاطع مجموعتين

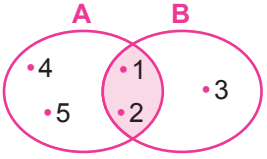


$A \cap B$ يساوى مجموعة العناصر المشتركة بين المجموعتين A , B



$A \cap B = \{3, 4\}$

$A \cap B = \phi$

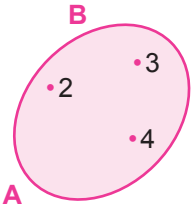


$A \cap B = \{1, 2\}$

مثال 3

إذا كانت A هى مجموعة أرقام العدد 243 ،
B هى مجموعة أرقام العدد 2234
فهل A = B ؟ وما ناتج $A \cup B$ ، $A \cap B$ ؟

$A = \{2, 4, 3\}$ ، $B = \{2, 3, 4\}$
A ، B لهما نفس العناصر بالضبط
لذلك A = B ويكون:
$A \cup B = \{2, 3, 4\}$
$A \cap B = \{2, 3, 4\}$



تساوى مجموعتين

إذا كان كل عنصر فى A ينتمى إلى B ، وكل عنصر فى B ينتمى إلى A
فإن : A = B
ويكون :
- $A \cup B = A = B$
- $A \cap B = A = B$

■ فكر وناقش

لأى مجموعتين A , B

- إذا كانت $B \subset A$
  فهل $A \cup B = A$ ؟
  وهل $A \cap B = B$ ؟
- ماذا ينتج من ؟
  $A \cap \phi$
  $A \cup \phi$

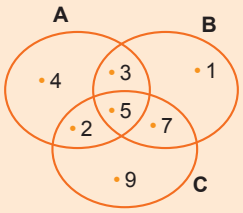
■ لاحظ أن

إذا كانت A ، B مجموعتين غير خاليتين وكان $A \cap B = \phi$
فإن المجموعتين A , B متباعدتان (منفصلتان).

■ تقييم ذاتى (5)

إذا كانت :
$\{1, 3, x\} = \{7, y, 1\}$
فما قيمة : $x - y$ ؟

■ تقييم ذاتى ⑥



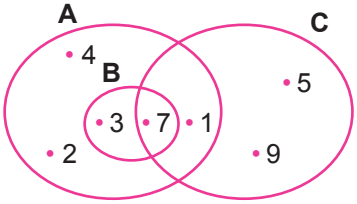
من شكل ڤن المرسوم ، أوجد :

① $A \cap B$ ② $A \cup C$

③ $A \cap B \cap C$

④ $A \cap (B \cup C)$

مثال 4



من شكل ڤن المرسوم، أوجد :

① $A \cap B$ ② $B \cup C$

③ $A \cap B \cap C$ ④ $A \cup (B \cap C)$

① $A \cap B = \{3, 7\} = B$ ② $B \cup C = \{3, 7, 1, 9, 5\}$

③ $A \cap B \cap C = \{7\}$

④ $A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 7\} \cup \{7\} = \{1, 2, 3, 4, 7\}$

نشاط تعاونى

تعاون مع أحد أصدقائك بالفصل واستعن ببنك المعرفة المصرى، وارسم شكل ڤن باستخدام أحد برامج الحاسوب لرسم الأشكال، موزعًا عليه أسماء الدول العربية التى يحتوى علمها على هلال، أو نجمة واحدة على الأقل، أو كليهما.

EKB
بنك المعرفة المصرى

تقييم الدرس

أولاً قياس المفاهيم

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① إذا كانت $x \in \{2, 5, 8\}$ ، فما القيمة التى لا يمكن أن تساويها x ؟

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 5 (د) 8

② إذا كانت $x \notin \{3, 4, 1\}$ ، فإن x يمكن أن تساوى أيًا مما يلى ؟

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 4

③ إذا كانت $A = \{2, 5, 8\}$ ، فأى مما يلى صحيح ؟

(أ) $\{2\} \in A$ (ب) $\{3\} \notin A$

(جـ) $\{5\} \subset A$ (د) $\{5, 8\} \not\subset A$

④ إذا كانت $A = \{4, 2, 7\}$ ، وكانت $B \subset A$ ، فأى مما يلى يمكن أن تكون المجموعة B ؟

(أ) $\{4, 6\}$ (ب) $\{1, 3, 5\}$

(جـ) $\{4, 3, 7\}$ (د) $\{7, 2\}$

⑤ إذا كانت $A = \{8, 9, 6\}$ ، $B = \{2, 6, 7\}$ فما المجموعة التى تعبر عن $A \cup B$ ؟

(أ) $\{6\}$ (ب) $\{2, 7\}$

(جـ) $\{8, 9\}$ (د) $\{2, 6, 7, 8, 9\}$

⑥ إذا كانت $A = \{8, 9, 6\}$ ، $B = \{2, 6, 7\}$ فما المجموعة التى تعبر عن $A \cap B$ ؟

(أ) $\{6\}$ (ب) $\{2, 7\}$

(جـ) $\{8, 9\}$ (د) $\{2, 6, 7, 8, 9\}$

⑦ إذا كانت $A = \{5, 7\}$ فما عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A ؟

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 8

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(8) إذا كانت $\{3,6,7,x\}=\{6,y,3,5\}$،
فما قيمة $y-x$ ؟

(أ) -12 (ب) -2 (جـ) 2 (د) 12

(9) إذا كانت $\{4,5,7\}\subset\{3,x,4,y,8\}$،
فما قيمة $x+y$ ؟

(أ) 5 (ب) 7 (جـ) 8 (د) 12

◂ **استخدم طريقة السرد (القائمة) لكتابة كل من المجموعات التالية :**

(10) A هى مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأقل من 12

(11) B هى مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة

(12) C هى مجموعة أرقام العدد 12332551

(13) $X=\{x:x\in Z,x>-3\}$
حيث Z مجموعة الأعداد الصحيحة

◂ **أجب عن الأسئلة التالية :**

(14) أوجد جميع المجموعات الجزئية الفعلية للمجموعة $\{2,3,5\}$

(15) إذا كانت $B=\{3,4,5,6\}$ ، $A=\{1,2,3,4\}$ أوجد : ① $A\cup B$ ② $A\cap B$

(16) إذا كانت $B=\{2,7\}$ ، $A=\{5,2,3,7\}$ أوجد : ① $A\cup B$ ② $A\cap B$

(17) إذا كانت $C=\{7,2\}$ ، $B=\{4,5,7\}$ ، $A=\{5,2,3,7\}$
أوجد : ① $A\cap B\cap C$ ② $A\cup B\cup C$ ③ $(A\cup B)\cap C$

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(18) **تعليم :** اشترك عدد من الطلاب فى ثلاث مجموعات للأنشطة المدرسية :

- مجموعة الصحافة (A) = {سامح، ياسر، منى، شيماء}.
- مجموعة المسرح (B) = {يوسف، مازن، سامح، منى، سالى}.
- مجموعة الخدمة المجتمعية (C) = {رامى، هدى، سامح، مازن}.

① مثل الثلاث مجموعات بشكل ڤن واحد.

② أوجد : $A\cap B\cap C$ ، $B\cup C$ ، $A\cap B$

③ اكتب بطريقة السرد :

- مجموعة الطلاب الذين اشتركوا فى أى من الأنشطة الثلاثة.
- مجموعة الطلاب الذين اشتركوا فى نشاطين على الأقل.

الاشتراك فى الأنشطة المدرسية ينمى الشخصية وحب التعاون وروح العمل.

تفكير إبداعى

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(19) عدد المجموعات الجزئية لأى مجموعة لا يمكن أن يساوى :

(أ) 16 (ب) 36 (جـ) 64 (د) 128

(20) إذا كان عدد عناصر $A\cup B$ يساوى 5، فإن عدد عناصر A لا يمكن أن يساوى :

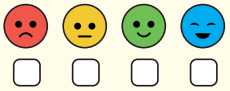
(أ) 3 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 6

(21) إذا كان عدد عناصر $A\cap B$ يساوى 5، فإن عدد عناصر A لا يمكن أن يساوى :

(أ) 4 (ب) 5 (جـ) 6 (د) 11

قيّم فهمك!

ما مدى فهمك للمجموعات والعمليات عليها ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس
1 - 4

العمليات على الأعداد الصحيحة
(Operations on Integers)

■ نواتج التعلم
- توجد ناتج جمع أو طرح عددين صحيحين
- تستخدم خواص الجمع والطرح فى حل تمارين الأعداد الصحيحة
- توجد حاصل ضرب عددين صحيحين
- توجد خارج قسمة عددين صحيحين (إن أمكن)
- تعرف خواص ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة

■ المفردات
- الجمع Addition
- الطرح Subtraction
- الضرب Multiplication
- القسمة Division
- الانغلاق Closure
- الإبدال Commutative
- الدمج Associative
- المحايد الجمعى Additive Identity
- المحايد الضربى Multiplicative Identity
- المعكوس الجمعى Additive Inverse / Additive Opposite

■ تاريخ الرياضيات

الخوارزمى عالم رياضيات عاش فى بغداد (780 - 850م) له العديد من الكتب فى الرياضيات التى ساعدت فى انتشار الأعداد الهندية والصفر إلى بقية أرجاء العالم.

استعد !

جبل كاترين بجنوب سيناء

أعلى نقطة فى مصر هى قمة جبل كاترين الذى يقع فى محافظة جنوب سيناء، ويبلغ ارتفاعه 2620 مترًا فوق مستوى سطح البحر، وأخفض نقطة فى مصر موجودة فى منخفض القطارة حيث تقع على بُعد 134 مترًا أسفل مستوى سطح البحر.

ما الفرق بين هاتين النقطتين بالمتر ؟

في هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية إجراء العمليات على الأعداد الصحيحة والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش !

بفرض أن البطاقة +1 تمثل موجب واحد، والبطاقة −1 تمثل سالب واحد فإنه يمكن نمذجة مسألة الجمع (−4) + 2 كما بالشكل المقابل.

2 + (−4)

+1 +1 −1 −1 −1 −1

(+1 −1) = 0

(+1 −1) = 0

−1 −1

2 + (−4) = −2

نشاط :

- **تعاون مع زملائك واستخدم بطاقات العد لإيجاد كل مما يلى :**

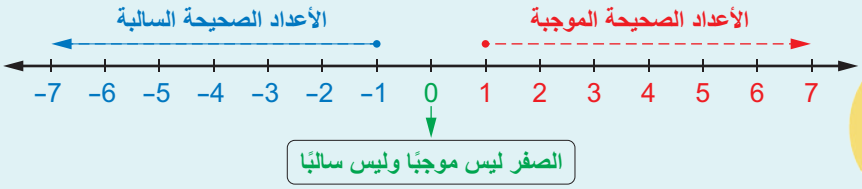
3 + 5 ، −4 + (−2) ، 5 + (−2) ، −6 + 4

- **هل يمكنك استخدام بطاقات العد لإيجاد كل ما يلى؟**

5 − 3 ، 2 − 6 ، −3 − 2 ، −2 − (−3)

تعلم !

- تتكون مجموعة الأعداد الصحيحة من الأعداد الصحيحة الموجبة، والصفر، والأعداد الصحيحة السالبة.
- مجموعة الأعداد الصحيحة $(Z) = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.



- مجموعة الأعداد الصحيحة هى مجموعة مرتبة، وتتزايد على خط الأعداد من اليسار إلى اليمين، فمثلًا: 3 > −2 ، 0 > −4 ، −3 > −5

أولاً عملية جمع الأعداد الصحيحة

استخدام استراتيجية خط الأعداد فى الجمع

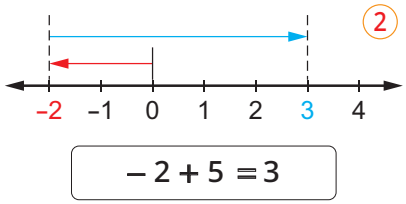
مثال 1

أوجد ناتج كل مما يأتى :

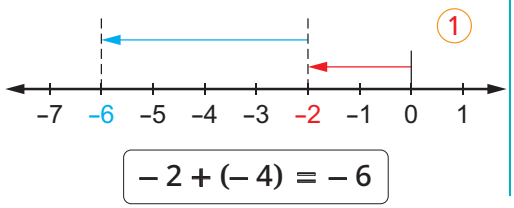
1) $-2+(-4)$ 2) $-2+5$

استراتيجية خط الأعداد

- ابدأ دائمًا عند 0
- تحرك لليمين لإضافة عدد صحيح موجب.
- تحرك لليسار لإضافة عدد صحيح سالب.



$-2+5=3$



$-2+(-4)=-6$

استخدام استراتيجية القيمة المطلقة فى الجمع

مثال 2

أوجد ناتج كل مما يأتى :

1) $13+7$ 2) $-13+(-7)$

3) $-13+7$ 4) $13+(-7)$

إرشاد للحل

$|7|=7$ ، $|-7|=7$

$|13|=13$ ، $|-13|=13$

1) **العددان موجبان**
إذن المجموع له نفس الإشارة الموجبة
(ونجمع القيم المطلقة)
$13+7=20$

2) **العددان سالبان**
إذن المجموع له نفس الإشارة السالبة
(ونجمع القيم المطلقة)
$-13+(-7)=-20$

3) **العددان مختلفان فى الإشارة**
$|-13|<|7|$
إذن إشارة المجموع سالبة
(ونوجد الفرق بين القيم المطلقة)
$-13+7=-6$

4) **العددان مختلفان فى الإشارة**
$|13|>|-7|$
إذن إشارة المجموع موجبة
(ونوجد الفرق بين القيم المطلقة)
$13+(-7)=6$

خواص عملية جمع الأعداد الصحيحة

إذا كانت a, b, c ثلاثة أعداد صحيحة، فإن عملية جمع الأعداد الصحيحة لها الخواص التالية :

1) مغلقة : مجموع أى عددين صحيحين هو عدد صحيح $(a+b\in Z)$.

2) إبدالية : $a+b=b+a$

3) دامجة : $(a+b)+c=a+(b+c)$

4) وجود محايد جمعى هو 0 : $a+0=0+a=a$

5) وجود معكوس جمعى : $a+(-a)=(-a)+a=0$

■ تقييم ذاتى (1)

باستخدام خط الأعداد
أوجد ناتج كل مما يأتى:

1) $-5+(-3)$
2) $4+(-7)$

■ استراتيجية القيمة المطلقة

- لجمع عددين لهما نفس الإشارة، اجمع القيم المطلقة للعددين، ويكون الناتج له نفس إشارتهما.
- لجمع عددين مختلفين فى الإشارة، نوجد الفرق بين القيم المطلقة للعددين، ويكون الناتج له إشارة العدد الذى قيمته المطلقة أكبر.

■ تقييم ذاتى (2)

باستخدام القيمة المطلقة
أوجد ناتج كل مما يأتى:

1) $-6+14$
2) $-6+(-14)$
3) $6+14$
4) $6+(-14)$

ثانيًا عملية طرح الأعداد الصحيحة

عملية طرح b من a هى نفسها عملية جمع العدد a مع المعكوس الجمعى للعدد b

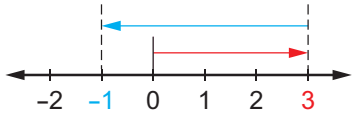
$$a - b = a + (-b)$$

استخدام استراتيجية خط الأعداد فى الطرح

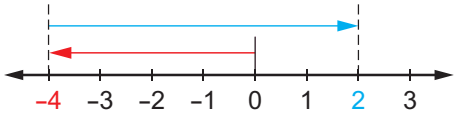
مثال 3

أوجد ناتج كل مما يأتى : 1) $3 - 4$ 2) $-4 - (-6)$

1) $3 - 4 = 3 + (-4) = -1$



2) $-4 - (-6) = -4 + 6 = 2$



ثالثًا عملية ضرب الأعداد الصحيحة

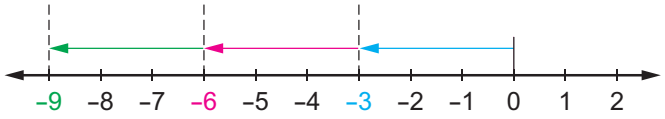
عملية الضرب هى عملية جمع متكرر.

استخدام استراتيجية خط الأعداد فى الضرب

مثال 4

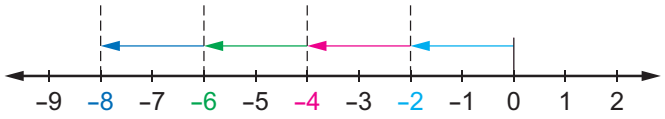
أوجد ناتج كل مما يأتى : 1) $3 \times (-3)$ 2) $4 \times (-2)$

1) $3 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3)$



$$3 \times (-3) = -9$$

2) $4 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$



$$4 \times (-2) = -8$$

خواص عملية ضرب الأعداد الصحيحة

إذا كانت a , b , c ثلاثة أعداد صحيحة، فإن عملية ضرب الأعداد الصحيحة لها الخواص التالية :

1) مغلقة : حاصل ضرب أى عددين صحيحين هو عدد صحيح $(a \times b \in Z)$.

2) إبدالية : $a \times b = b \times a$

3) دامجة : $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

4) وجود محايد ضربى هو 1 : $a \times 1 = 1 \times a = a$

5) خاصية توزيع الضرب على الجمع والطرح :

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c \quad , \quad a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

■ فكر مع زملائك

هل عملية طرح الأعداد الصحيحة لها نفس خواص عملية جمع الأعداد الصحيحة؟ ناقش.

■ تقييم ذاتى (3)

أوجد ناتج كل مما يأتى:

1) $6 - 10$
2) $-4 - 8$
3) $-5 - (-12)$

■ لاحظ أن

- حاصل ضرب عددين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب.
- حاصل ضرب عددين مختلفين فى الإشارة هو عدد سالب.
- حاصل ضرب عدد فى صفر يساوى الصفر.

■ تقييم ذاتى (4)

أوجد ناتج كل مما يأتى:

1) $5 \times (-3)$
2) $3 \times (-2)$
3) $(-2) \times (-7)$
4) $-(-4) \times (-5)$

■ **فكر مع زملائك**

هل عملية قسمة الأعداد الصحيحة لها نفس خواص عملية ضرب الأعداد الصحيحة ؟ ناقش.

■ **تقييم ذاتى (5)**

أوجد خارج قسمة كل مما يأتى:

1 $(-11) \div (-33)$

2 $54 \div (-9)$

3 $4 \div (-16)$

رابعًا عملية قسمة الأعداد الصحيحة

مثال 5

أوجد خارج القسمة فى كل من الحالات الآتية :

1 $25 \div (-5)$

2 $9 \div (-27)$

3 $(-4) \div (-32)$

1 $25 \div (-5) = -5$

2 $(-27) \div 9 = -3$

3 $(-32) \div (-4) = 8$

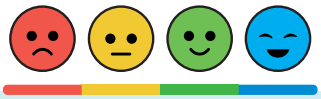
لاحظ أن

- خارج قسمة عددين صحيحين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب.
- خارج قسمة عددين صحيحين مختلفين فى الإشارة هو عدد سالب.
- قسمة أى عدد على الصفر غير ممكنة.

نشاط تعاونى

استخدم مصادر مختلفة (مثل : شبكة الإنترنت أو مكتبة مدرستك أو ...) وتعاون مع زملائك تحت إشراف معلمك للتحقق من صحة قاعدة الإشارات فى ضرب الأعداد الصحيحة وقسمتها.

تقييم الدرس



أولاً قياس المفاهيم

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

1 أى من نواتج الجمع التالية تكون إشارته موجبة ؟

(أ) $19 + (-26)$ (ب) $-35 + 17$

(جـ) $-25 + (-12)$ (د) $40 + (-18)$

2 أى من نواتج الضرب التالية تكون إشارته سالبة ؟

(أ) $-3 \times (-9)$ (ب) -2×5

(جـ) $0 \times (-5)$ (د) $-1 \times (-1)$

3 أى مما يلى يكافئ عملية الطرح: $-5 - (-8)$ ؟

(أ) $5 - 8$ (ب) $8 - 5$

(جـ) $5 + 8$ (د) $-5 - 8$

4 أى مما يلى يساوى -5 ؟

(أ) $0 \div (-5)$ (ب) $1 \div (-5)$

(جـ) $-25 \div (-5)$ (د) $-25 \div 5$

◂ **تحقق من صحة كل من العبارتين التاليتين.**

5 المعكوس الجمعى لعدد صحيح لا يكون سالبًا دائمًا.

6 ناتج ضرب عدد موجب فى عدد سالب هو عدد سالب دائمًا.

◂ **اكتشف الخطأ فى كل مما يلى، وقم بالتصويب.**

7 $9 + (-12) = 21$

8 $-3 + (-5) = -2$

9 $-13 + (-4) = 17$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ أوجد ناتج كل مما يلى :

(10) $6+(-4)$ (11) $-4-5$ (12) -3×7 (13) $15\div(-3)$

(14) $7+(-7)$ (15) $18-40$ (16) $-37+59$ (17) $-72\div(-9)$

(18) $9-(-105)$ (19) $-17-(-24)$ (20) $-65\div(-13)$ (21) $420\div(-15)$

◂ إذا كانت $a=15$, $b=-5$ ، فأوجد الناتج فى كل مما يلى:

(22) $|9-a|$ (23) $|3-b|$ (24) $a-b$ (25) $|15\div b|$

(26) $|b\times a|$ (27) $b-(-a)$

◂ استخدم خواص الجمع أو الضرب لإيجاد ناتج كل مما يلى :

(28) $6+(-13)+(-6)$ (29) $25\times(-19)\times-4$ (30) -9×102

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(31) الربط بالسياحة :

فـى مدينـة سـانت كاترين بجنوب سـيناء، وسـجلت درجـة الحرارة العظمـى فـى أحد أيـام الشـتاء 11 درجـة مئوية ثم انخفضـت أثناء الليـل 15 درجـة مئويـة، لتصبـح أقل درجـة حـرارة لهـذه المدينة. أوجد هذه الدرجة مستخدمًا جمع الأعداد.

سانت كاترين فى الشتاء

تضم مصر الكثير من الأماكن السياحية والتاريخية الفريدة التى تجعلها مقصدًا للسائحين من كل أنحاء العالم.

الماء مصدر الحياة على الأرض، فيجب علينا الحفاظ على الماء بترشيد استخدامه وعدم تلويثه بإلقاء النفايات فيه.

(32) تتحرك غواصة عموديًا أسـفل الماء، وعندما وصلت إلى عمق 84 مترًا بـدأت الغواصة فى الصعود مرة أخرى، حدد موقعها بعد 20 دقيقة إذا كانت تتحرك لأعلى بسرعة 4 متر/دقيقة.

تفكير إبداعى

(33) متى تكون المعادلة $|a|+a=0$ صحيحة ؟

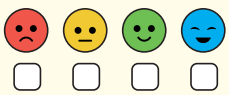
(34) إذا كان a , b عددين صحيحين، بحيث $a-b=5$, $3-(-b)=-7$ فأوجد: $a+b$

(35) ضرب مازن عددين صحيحين معًا، فحصل على (-28)

ما العددان الصحيحان اللذان من الممكن أن يكون قد ضربهما معًا؟

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للعمليات على الأعداد الصحيحة ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس
1 - 5

العمليات على الأعداد النسبية
(Operations on Rational Numbers)

■ **نواتج التعلم**

- تعرف الصور المختلفة للعدد النسبى.
- توجد ناتج جمع أو طرح عددين نسبيين.
- تستخدم خواص الجمع والطرح فى حل تمارين الأعداد النسبية.
- توجد حاصل ضرب عددين نسبيين.
- توجد خارج قسمة عددين نسبيين (إن أمكن).
- تعرف خواص ضرب وقسمة الأعداد النسبية.
- توظف خواص العمليات الحسابية فى حل تمارين الأعداد النسبية.

■ **المفردات**

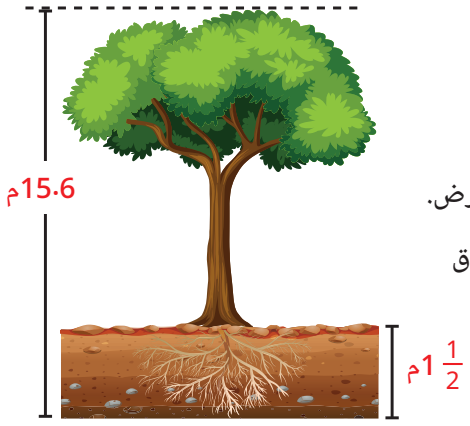
- العدد النسبى
Rational Number
- المعكوس الضربى
Multiplicative Inverse
- العدد الدائر
Repeated Decimal

استعد !

تُعد محمية رأس محمد من أجمل أماكن الغوص فى العالم لاحتوائها على الكثير من الشعب المرجانية والأحياء المائية النادرة.
غاص أحد الغواصين إلى عُمق $12\frac{1}{2}$ متر تحت سطح الماء، ثم صعد مسافة 4.75 متر.
ما موقع الغواص بالنسبة إلى مستوى سطح الماء ؟

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية إجراء العمليات على الأعداد النسبية والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

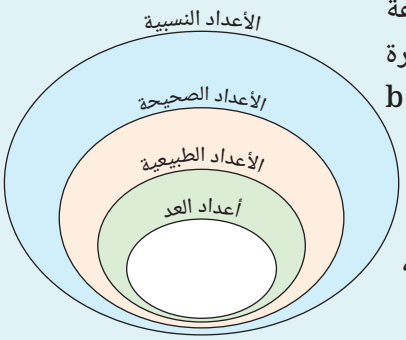
فكر وناقش !



يبلغ عمق جذر شجرة $1\frac{1}{2}$ متر تحت سطح الأرض.
كم يبلغ طول الجزء البارز من الشجرة فوق سطح الأرض ؟

تعلم !

مجموعة الأعداد النسبية



- مجموعة الأعداد النسبية (Q) هى مجموعة جميع الأعداد التى يمكن كتابتها على صورة كسر $\frac{a}{b}$ حيث a, b عددان صحيحان ، $b \neq 0$

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a \in Z , b \in Z , b \neq 0 \right\}$$

- **بناءً على التعريف السابق فإن :**
مجموعة أعداد العد، ومجموعة الأعداد الطبيعية، ومجموعة الأعداد الصحيحة جميعها مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد النسبية. ناقش.

■ استخدام التكنولوچيا

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة لتحويل عدد نسبى فى صورة $\frac{a}{b}$ إلى عدد عشرى دائر، والعكس كالتالى :

- لكتابة العدد $\frac{2}{9}$ على صورة عدد عشرى غير منته (دائر) نكتب على الآلة $\frac{2}{9}$ ثم نضغط ⓢ⇔ⓓ ثم = فنحصل على 0.22222222 وتكتب $0.\overline{2}$
- والعكس لكتابة العدد $0.\overline{2}$ على صورة $\frac{a}{b}$ نكتب على الآلة 0.22222222 ونكرر العدد 2 حتى آخر الشاشة ثم نضغط = فنحصل على العدد $\boxed{\frac{2}{9}}$

■ تقييم ذاتى ①

أوجد ناتج كل مما يأتى :

1. $\frac{3}{7} + \left(\frac{-6}{7}\right)$
2. $\left|\frac{-8}{9}\right| + 2\frac{1}{9}$
3. $-\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$
4. $0.\overline{4} + 1\frac{2}{3}$

الصور المختلفة للعدد النسبى

- **كتابة العدد النسبى فى صورة نسبة مئوية.**

مثل : $\frac{1}{2} = 50\%$ ، $2\frac{1}{4} = 225\%$

- **كتابة العدد النسبى فى صورة كسر عشرى منته.**

مثل : $\frac{2}{5} = 0.4$ ، $1\frac{3}{4} = 1.75$

- **كتابة العدد النسبى فى صورة عدد عشرى غير منته (دائر).**

مثل : $\frac{2}{9}$ يكتب فى صورة كسر عشرى غير منته 0.222... أو $0.\overline{2}$ (يُقرأ 0.2 دائر)

النقاط الثلاث تعنى أن الكسر العشرى غير منته

الشرطة فوق رقم واحد أو أكثر تعنى أن هذه الأرقام تتكرر

فكر

كيف يمكنك استخدام القسمة لكتابة العدد النسبى فى صورة كسر عشرى ؟

أولاً جمع الأعداد النسبية

- **إذا كان** $\frac{a}{c}$ ، $\frac{b}{c}$ **عددين نسبيين مقاماهما متساويان فإن :** $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$
- **إذا كان** $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ **عددين نسبيين مقاماهما مختلفان فإن :** $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$

مثال 1

أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة.

1. $\frac{-5}{8} + \frac{3}{8}$
2. $\frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{3}\right)$
3. $2.6 + 2.\overline{6}$

✓ ① $\frac{-5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{-5+3}{8} = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}$

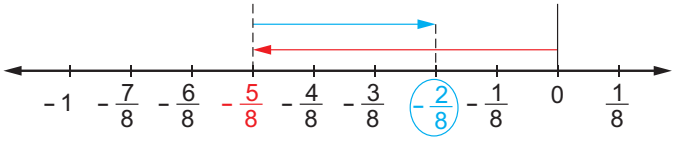
② $\frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{3+(-4)}{12} = \frac{-1}{12}$

③ $2.6 + 2.\overline{6} = 2\frac{6}{10} + 2\frac{2}{3} = 2\frac{3}{5} + 2\frac{2}{3} = 2\frac{9}{15} + 2\frac{10}{15}$

$= 4\frac{19}{15} = 5\frac{4}{15}$

■ تنوع الاستراتيچيات

يمكنك استخدام استراتيچية خط الأعداد لإيجاد ناتج جمع عددين نسبيين كما يلى :



$\frac{-5}{8} + \frac{3}{8} = -\frac{2}{8}$

استخدام خواص جمع الأعداد النسبية

مثال 2

أوجد ناتج كل مما يلى :

1) $\frac{-3}{5} + \frac{2}{15} + \frac{8}{5}$ 2) $\frac{-7}{4} + \frac{2}{5} + \frac{7}{4}$

1) $\frac{-3}{5} + \frac{2}{15} + \frac{8}{5} = \frac{-3}{5} + \frac{8}{5} + \frac{2}{15}$ (الإبدال)

$= \left(\frac{-3}{5} + \frac{8}{5}\right) + \frac{2}{15}$ (الدمج)

$= 1 + \frac{2}{15} = 1\frac{2}{15}$

2) $\frac{-7}{4} + \frac{2}{5} + \frac{7}{4} = \frac{-7}{4} + \frac{7}{4} + \frac{2}{5}$ (الإبدال)

$= \left(\frac{-7}{4} + \frac{7}{4}\right) + \frac{2}{5}$ (الدمج)

$= 0 + \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$ (المحايد الجمعى)

ثانيًا طرح الأعداد النسبية

عملية طرح $\frac{c}{d}$ من $\frac{a}{b}$ هى نفسها عملية جمع العدد $\frac{a}{b}$ مع المعكوس الجمعى للعدد $\frac{c}{d}$

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(\frac{-c}{d}\right)$

مثال 3

أوجد ناتج كل مما يلى :

1) $2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}$ 2) $-3\frac{2}{3} - 2\frac{5}{6}$

3) $35\% - \left|\frac{-3}{5}\right|$ 4) $0.36 - \frac{2}{25}$

1) $2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4} = \frac{5}{2} - \frac{13}{4} = \frac{10}{4} - \frac{13}{4} = \frac{-3}{4}$

2) $-3\frac{2}{3} - 2\frac{5}{6} = -3\frac{4}{6} - 2\frac{5}{6} = -5\frac{9}{6} = -5\frac{3}{2} = -6\frac{1}{2}$

3) $35\% - \left|\frac{-3}{5}\right| = \frac{35}{100} - \frac{3}{5} = \frac{7}{20} - \frac{3}{5} = \frac{7}{20} - \frac{12}{20} = \frac{-5}{20} = \frac{-1}{4}$

4) $0.36 - \frac{2}{25} = \frac{36}{100} - \frac{2}{25} = \frac{9}{25} - \frac{2}{25} = \frac{7}{25}$

■ خواص عملية جمع الأعداد النسبية

عملية جمع الأعداد النسبية لها الخواص التالية:

1) مغلقة
2) إبدالية
3) دامجة
4) وجود المحايد الجمعى (0)
5) وجود المعكوس الجمعى

■ تقييم ذاتى 2

استخدم خواص جمع الأعداد النسبية فى إيجاد ناتج كل مما يلى :

1) $\frac{-2}{7} + 1 + \frac{4}{14}$

2) $1\frac{1}{4} + 0.6 + \frac{-1}{4}$

■ فكر مع زملائك:

هل عملية طرح الأعداد النسبية لها نفس خواص عملية جمع الأعداد النسبية ؟ ناقش.

■ تقييم ذاتى 3

أوجد ناتج كل مما يأتى :

1) $\frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{2}\right)$

2) $4\frac{7}{10} - 1\frac{3}{5}$

3) $25\% - 0.1\overline{6}$

ثالثًا ضرب الأعداد النسبية

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

مثال 4 أوجد ناتج كل مما يأتى :

1) $\frac{4}{3} \times \frac{6}{7}$ 2) $\frac{1}{2} \times 6\frac{2}{7}$

3) $-\frac{3}{5} \times \left(-0.8\overline{3}\right)$ 4) $\left|-1\frac{3}{4}\right| \times \left(-2\frac{2}{7}\right)$

1) $\frac{4}{\cancel{3}_{1}} \times \frac{\cancel{6}^{2}}{7} = \frac{8}{7}$

2) $\frac{1}{\cancel{2}_{1}} \times 6\frac{2}{7} = \frac{1}{\cancel{2}_{1}} \times \frac{\cancel{44}^{22}}{7} = \frac{22}{7} = 3\frac{1}{7}$

3) $-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{5}_{1}} \times \left(-\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{6}_{2}}\right) = \frac{1}{2}$

4) $\left|-1\frac{3}{4}\right| \times \left(-2\frac{2}{7}\right) = 1\frac{3}{4} \times \left(-2\frac{2}{7}\right)$

$= \frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{4}_{1}} \times \frac{\cancel{-16}^{-4}}{\cancel{7}_{1}} = -4$

الحساب الذهنى

• يمكن حل رقم (2) باستخدام خاصية التوزيع كالتالى :

$\frac{1}{2} \times 6\frac{2}{7} = \frac{1}{2}\left(6 + \frac{2}{7}\right)$

$= \frac{1}{2}(6) + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{7}\right)$

$= 3 + \frac{1}{7} = 3\frac{1}{7}$

لاحظ أن

المعكوس الضربى للعدد النسبى $\frac{a}{b}$ هو $\frac{b}{a}$ (حيث : $a \neq 0$) فمثلًا :

• $\frac{3}{8}$ معكوسه الضربى $\frac{8}{3}$

• -2 معكوسه الضربى $\frac{-1}{2}$

رابعًا قسمة الأعداد النسبية

عملية قسمة الأعداد النسبية هى الضرب فى المعكوس الضربى للمقسوم عليه.

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ حيث $\frac{c}{d} \neq 0$

مثال 5 أوجد خارج قسمة كل مما يأتى :

1) $\frac{-2}{3} \div \frac{4}{9}$ 2) $-3\frac{3}{4} \div \left(-2\frac{1}{4}\right)$ 3) $0.\overline{63} \div 1\frac{3}{11}$

1) $-\frac{2}{3} \div \frac{4}{9} = \frac{\cancel{-2}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{4}_{2}} = \frac{-3}{2}$

2) $-3\frac{3}{4} \div \left(-2\frac{1}{4}\right) = -\frac{15}{4} \div -\frac{9}{4} = \frac{\cancel{-15}^{5}}{\cancel{4}_{1}} \times \frac{\cancel{-4}^{1}}{\cancel{9}_{3}} = \frac{5}{3}$

3) $0.\overline{63} \div 1\frac{3}{11} = \frac{7}{11} \div \frac{14}{11} = \frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{11}_{1}} \times \frac{\cancel{11}^{1}}{\cancel{14}_{2}} = \frac{1}{2}$

لاحظ أن

• عند ضرب الصفر فى أى عدد نسبى يكون حاصل الضرب يساوى صفر

• لا يوجد معكوس ضربى للعدد صفر لأن القسمة على صفر ليس لها معنى.

خواص عملية ضرب الأعداد النسبية

عملية ضرب الأعداد النسبية لها الخواص التالية:

1) مغلقة 2) إبدالية
3) دامجة
4) وجود المحايد الضربى (1)
5) وجود المعكوس الضربى
6) توزيع الضرب على الجمع

تقييم ذاتى (4)

أوجد ناتج كل مما يأتى :

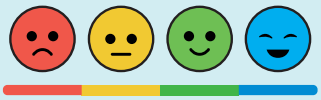
1) $0.3 \times \left(-\frac{4}{9}\right)$
2) $-3\frac{1}{4} \times \left(-1\frac{1}{2}\right)$
3) $25\% \times 2\frac{1}{2}$

تقييم ذاتى (5)

أوجد خارج قسمة كل مما يأتى :

1) $\frac{4}{7} \div \frac{12}{7}$
2) $\left(\frac{-1}{2}\right)^{2} \div \left(-3\frac{3}{4}\right)$
3) $\frac{1}{8} \div 0.\overline{1}$

تقييم الدرس



أولاً قياس المفاهيم

◄ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(1) **أحياء مائية :** غاص دولفين من سطح الماء إلى عمق $3\frac{1}{4}$ متر، ثم غاص مسافة $2\frac{1}{2}$ متر أخرى.
فأى مما يأتى لا يعبر عن موقع الدولفين بالنسبة لسطح الماء؟

(أ) $-3\frac{1}{4}+(-2\frac{1}{2})$ (ب) $-3\frac{1}{4}+\left|-2\frac{1}{2}\right|$ (جـ) $-3\frac{1}{4}-2\frac{1}{2}$ (د) $-(3\frac{1}{4}+2\frac{1}{2})$

---

(2) **اقتصاد :** إذا ارتفع سعر سهم إحدى الشركات المدرجة فى البورصة المصرية بمقدار 3.25 جنيه ثم تراجع سعره بمقدار 2.75 جنيه. فأى مما يأتى يعبر عن التغير فى سعر السهم فى تلك اللحظة ؟

(أ) $-3.25+2.75$ (ب) $3.25-2.75$ (جـ) $3.25+2.75$ (د) $-3.25-2.75$

---

(3) أى المقادير الآتية له نفس ناتج ضرب $\frac{-3}{8}\times\frac{8}{3}$ ؟

(أ) $2\frac{1}{4}\times\frac{4}{9}$ (ب) $\frac{-2}{5}\times3\frac{1}{2}$ (جـ) $-\frac{1}{4}\times(-4)$ (د) $2\frac{1}{2}-3.5$

---

(4) أى من العمليات الآتية له نفس ناتج $(-1\frac{3}{7})\div2\frac{2}{3}$ ؟

(أ) $2\frac{2}{3}\times(-1\frac{7}{3})$ (ب) $2\frac{2}{3}\times1\frac{3}{7}$ (جـ) $-2\frac{2}{3}\times\frac{7}{10}$ (د) $-1\frac{3}{7}\times2\frac{2}{3}$

---

(5) ما المعكوس الضربى للعدد $-3\frac{1}{2}$ ؟

(أ) $-\frac{7}{2}$ (ب) $-2\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{-2}{7}$ (د) $\frac{2}{7}$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◄ **أوجد ناتج كل مما يلى :**

(6) $\frac{5}{8}+(\frac{-7}{8})$ (7) $-3.2+(-1.\overline{3})$ (8) $-\frac{4}{5}\div4\frac{2}{5}$

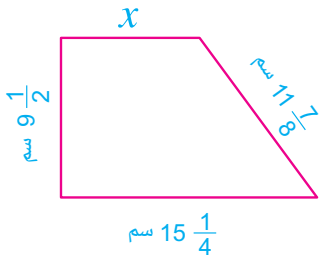
(9) $\frac{-3}{4}\times(-2\frac{2}{5})$ (10) $-2.125+2.6+(-7\frac{21}{24})$

◄ **أوجد قيمة x :**

(11) إذا كان : $\frac{-5}{12}-(-\frac{7}{6})=\frac{1}{6}+x$

(12) إذا كان : $\frac{2}{7}-(\frac{-11}{21})=\frac{11}{21}-x$

◄ أجب عن الأسئلة التالية :



(13) **الربط بالهندسة :** إذا كان محيط الشكل المقابل يساوى 44 سم ، فأوجد قيمة x بالسنتيمتر.

(14) **اكتشف الخطأ :**

جمع أحمد العددين $\frac{1}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ كالتالى $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}=\frac{1+3}{3+4}$

اكتشف الخطأ الذى فعله أحمد وصححه.

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(15) إذا صعدت سمكة قرش من عمق 152.5 متر تحت سطح البحر مسافة 124.1 متر، أين موقع سمكة القرش بالنسبة لسطح البحر بعد صعودها؟

صيانة الأدوات الصحية توفر الماء وتحافظ على سلامة المنشآت.

(16) سباك لديه ماسورة طولها $64\frac{5}{8}$ ديسيمتر. يقطع السباك $2\frac{7}{8}$ ديسيمتر من نهاية الماسورة، ثم يقطع $1\frac{3}{8}$ ديسيمتر إضافية.
ما طول الماسورة المتبقية بعد إجراء القطع الأخير ؟

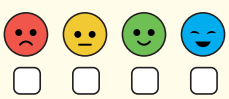
تُعلِّم الرياضة الإنسان المثابرة وتحدى الصعاب.

(17) أحد متسلقى الجبال يتسلق جبلًا ارتفاعه $1\frac{1}{2}$ كيلومتر عن سطح الأرض، فكم يكون ارتفاعه عن سطح الأرض عند صعوده $\frac{2}{3}$ ارتفاع الجبل؟

(18) يبلغ طول قطعة قماش $7\frac{1}{2}$ متر.
يراد تقسيمها إلى عدد من قطع القماش طول كل منها 30 سم.
ما عدد القطع الناتجة ؟

قيّم فهمك!

ما مدى فهمك للعمليات على الأعداد النسبية؟
ضع علامة فى المربع المناسب



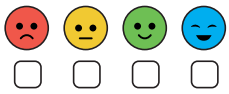
تفكير إبداعى

(19) **سؤال مفتوح :** اكتب سؤالًا لجمع عددين نسبيين مقاماهما مختلفان بحيث يكون الناتج $-\frac{3}{8}$.

تقييم الوحدة الأولى

قيّم فهمك!

ما مدى فهمك للوحدة الأولى ؟ ضع علامة فى المربع المناسب



◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) أى من مقاييس الرسم التالية يكافئ أن "كل 1 سم فى الرسم يمثل 6.5 كم فى الحقيقة"؟

(أ) 1 : 6,500,000 (ب) 1 : 6.5

(جـ) 1 : 650,000 (د) 1 : 6,500

(2) إذا كانت $x \notin \{2 , 5 , 7\}$، فأى مما يأتى يمكن أن تساويها x؟

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 5 (د) 7

(3) أى مما يلى يساوى $\frac{-2}{3} + \frac{3}{5}$ ؟

(أ) $\frac{1}{8}$ (ب) $\frac{1}{15}$ (جـ) $\frac{-6}{15}$ (د) $\frac{-1}{15}$

(4) تم تقسيم قطعة أرض مساحتها 63 فدانًا بين شخصين بنسبة 5 : 4 فأى مما يلى يعطى نصيب أحدهما بالفدان؟

(أ) 9 (ب) 45 (جـ) 28 (د) 30

◂ أكمل كلًا مما يأتى بالإجابة الصحيحة :

(5) إذا كانت $\frac{14}{x} = \frac{y}{7}$ ، فإن $xy =$ .....

(6) إذا كانت $A = \{7 , 8 , 0\}$، فإن عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A يساوى .....

(7) قام هشام بتعبئة 100 كرتونة فى 2.5 ساعة، فإن الزمن اللازم لتعبئة 160 كرتونة إذا عمل وفق نفس المعدل هو ..... ساعة.

(8) إذا كان 13,500 سائح تمثل 12% من إجمالى عدد السائحين، فإن عدد السائحين الكلى يساوى ..... سائح.

◂ أجب عن الأسئلة الآتية :

(9) إذا كانت $B = \{1 , 2 , 5 , 9\}$ ، $A = \{1 , 5 , 3 , 7\}$ أوجد $A \cup B$, $A \cap B$

(10) اشترى علاء تليفون محمول بسعر 6,750 جنيهًا وباعه بسعر 7,776 جنيهًا، فأوجد النسبة المئوية لمكسب علاء.

(11) اكتشف الخطأ وقم بالتصويب.

① $-8 - (-3) = -11$ ② $\frac{-5}{3} \times \frac{9}{15} = 1$ ③ $\frac{5}{8} + \frac{-3}{7} = \frac{2}{15}$ ④ $48 \div (-8) = 6$

(12) إذا كانت نسبة التكبير لصورة حشرة هى 1 : 30 وكان طول الحشرة الحقيقى $2\frac{1}{2}$ مم. أوجد طول الحشرة فى الصورة بالسنتيمترات.

نشاط الوحدة الأولى

◂ **الهدف من النشاط :** توظيف إمكانات الذكاء الاصطناعى فى تعميق فهم مقياس الرسم وإعداد غلاف أو خلفية لكتاب الرياضيات.

◂ **خطوات التنفيذ : بالتعاون مع أحد أصدقائك حاول القيام بما يلى :**

1. الوصول إلى عدد من تطبيقات الذكاء الاصطناعى (AI) الخاصة بتطوير الصور.
2. اختيار إحدى الصور المناسبة لأن تكون غلافًا لكتاب مادة الرياضيات.
3. استخدام أحد هذه التطبيقات فى تكبير الصورة التى تم اختيارها بمقياسي رسم مختلفين.
4. طبع الشكل الناتج فى كل من الحالتين واختيار أحدهما ليكون هو الغلاف المطلوب مع التفسير.
5. كتابة تقرير يوضح أهمية تطبيقات الذكاء الاصطناعى (AI) فى عملية التعلم.

الوحدة 2

الجبـر

دروس الوحدة

2-1 التعبيرات والصيغ الرياضية

2-2 المعادلات الخطية

التكنولوجيا الرقمية ومجال الجبر بينهما علاقة تبادلية فتطور أحدهما يؤثر على الآخر، فتساعد التكنولوجيا على خلق بيئات تعلم افتراضية، كما يمكن استخدام البرمجيات لحل المعادلات الجبرية.

◀ **فهل يمكن تطوير تطبيقات التكنولوجيا الرقمية** لحل المزيد من المعادلات الجبرية المعقدة؟

القضايا والمهارات الحياتية

- التواصل الرياضى
- اللغة والترجمة
- التنمية المستدامة
- التفكير الإبداعى

القيـــم

- المسئولية
- العمل
- الانتماء
- احترام الآخر

الدرس
1 - 2

التعبيرات والصيغ الرياضية
(Mathematical Expressions and Formulas)

■ نواتج التعلم

- تعبر عن متغيرات باستخدام الرموز.
- تعرف الحد الجبرى والمقدار الجبرى.
- تعرف التعبير الرياضى والصيغة الرياضية.
- تميز بين التعبير الرياضى والصيغة الرياضية.
- تعرف المعادلة والمتباينة.
- تبسِّط المقدار الجبرى وتوجد قيمته عند قيمة معينة للمتغير.
- تعرف وحدات قياس درجة الحرارة (الدرجة المئوية - درجة الفهرنهايت) والعلاقة بينهما.

■ المفردات

- حد Term
- تعبير رياضى Mathematical Expression
- متغير Variable
- ثابت Constant
- معادلة Equation
- متباينة Inequality
- صيغة رياضية Mathematical Formula
- معامل Coefficient

■ لاحظ أن

المتغير هو رمز يعبر عن كمية مجهولة

مثل : x أو y أو z أو ...

استعد !

معبد أبو سمبل بمدينة أسوان

تخطط سلوى لقضاء إجازتها فى أسوان لزيارة الأماكن السياحية بها مثل معبد أبو سمبل، فاستخدمت أحد تطبيقات الطقس على هاتفها المحمول لمعرفة درجة الحرارة فى مدينة أسوان لاختيار الوقت الأنسب لزيارتها، فوجدت أن درجة الحرارة فى أسوان تصل إلى 95 °F

هل يمكنك مساعدة سلوى فى تحويل درجة الحرارة من الدرجة الفهرنهايت (°F) إلى الدرجة المئوية (°C) باستخدام الصيغة الرياضية :

$$C = (F - 32) \times \frac{5}{9}$$

وهل من رأيك أن هذا التوقيت هو الأنسب لزيارة المدينة ؟

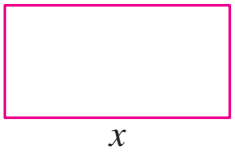
فى هذا الدرس، سوف تتعلم بعض المفاهيم الهامة فى الجبر مثل التعبير الرياضى والصيغة الرياضية والمعادلة، والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

هل تعلم ؟!

فى النظام الدولى لقياس درجات الحرارة يوجد ثلاث وحدات هى (الدرجة المئوية - الفهرنهايت - كلفن) ويمكن تحويل كل منها إلى الأخرى.

فكر وناقش !

أى التعبيرات الرياضية الآتية تعبر عن محيط المستطيل المقابل ؟



xy | $x + y$ | $2x + 2y$

تعلم !

استخدام الرموز لتمثيل أعداد مجهولة أو متغيرات

التعبير الرياضى :

1 تعبير رياضى عددى :

يتكون من عدد أو أعداد بينها عملية حسابية أو أكثر (+ أ، − أ، × أ، ÷)

مثل : 5 أو $4 + 2$ أو $2 \times (5 - 7)$ أو $4 \div 7 \times (3 - 2)$ أو ...

2 تعبير رياضى جبرى (مقدار جبرى) :

يتكون من (متغير أو أكثر) أو (أعداد و متغيرات) بينها عملية حسابية أو أكثر (+ أ، − أ، × أ، ÷)

مثل : xy أو $2 \times n$ أو $\frac{m}{4}$ أو $x^2 + 3x - 1$ أو ...

■ لاحظ أن

عند ضرب المتغيرات، أو ضرب عدد فى متغير يمكن الاستغناء عن علامة الضرب ×

- $\ell \times w$ يمكن أن تكتب ℓw
- $2 \times n$ يمكن أن تكتب $2n$

المعادلة :

تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما علامة التساوى (=).

مثل : $2x = 5$ أو $\frac{x}{3} = 5$ أو $3y - 4 = 2y$ أو ...

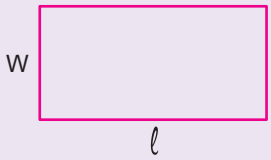
المتباينة :

تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما واحدة من علامات التباين ($\leq$ ، $\geq$ ، $>$ ، $<$).

مثل : $x < -2$ أو $2x - 1 > 3$ أو $x + 1 < -2x$ أو ...

الصيغة الرياضية :

هى حقيقة أو قاعدة أو مبدأ يعبر عنه بصورة رياضية مثل المعادلة أو المتباينة أو صورة رياضية أخرى.



مثل : مساحة المستطيل (A) = الطول ℓ × العرض w

$$A = \ell \times w$$

■ تقييم ذاتى (1)

1. اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن طرح 5 من ثلاثة أمثال العدد x
2. اكتب الصيغة الرياضية التى تعبر عن حجم المكعب (V) الذى طول حرفه x

مثال 1

عبر عن كل مما يأتى بصورة رياضية :

1. تكلفة أحمد لشراء 5 تذاكر لدخول السينما بسعر x جنيه للتذكرة ، و 3 أكياس فيشار بسعر y جنيه للكيس بعد حصوله على خصم 20 جنيهًا على مجمل مشترياته.
2. السرعة x كم/س التى يمكن أن تتحرك بها سيارة تسير على طريق (القاهرة - الإسكندرية) الصحراوى يجب أن لا تزيد عن 120 كم/س.
3. ضعف العدد x مضافًا إليه 5 يساوى 1.
4. مساحة المربع (A) الذى طول ضلعه (ℓ).

1. نعبر عن ما تكلفه أحمد بالمقدار الجبرى : $5x + 3y - 20$
2. نعبر عن السرعة التى يمكن أن تتحرك بها السيارة بالمتباينة : $x \leq 120$
3. نعبر عن ضعف العدد x مضافًا إليه 5 يساوى 1 بالمعادلة : $2x + 5 = 1$
4. نعبر عن العلاقة بين مساحة المربع وطول ضلعه بالصيغة الرياضية : $A = \ell^2$

الحدود الجبرية

• الحد الجبرى :

ينتج الحد الجبرى من حاصل ضرب (أو خارج قسمة) عدد لا يساوى الصفر ومتغير واحد على الأقل، ويسمى هذا العدد معامل الحد الجبرى.

أمثلة :

حد جبرى	حد جبرى	حد جبرى
$\frac{1}{4}$ m	$-2\ x\ y$	$3\ a$
متغير معامل	متغير متغير معامل	متغير معامل

• الحدود الجبرية المتشابهة :

هى الحدود التى لها نفس المتغيرات بالأسس ذاتها حتى لو اختلفت فى معاملاتها.

- $4x^2$ ، $-3x^2$ حدان متشابهان
- $\frac{1}{2}y^2$ ، $4y$ حدان غير متشابهين لاختلاف أس المتغير y
- $2nm^2$ ، $2n^2m$ حدان غير متشابهين لاختلاف أسس المتغيرين m , n

مثال 2

اكتب الحدود المتشابهة (إن وجدت) فى كل مجموعة مما يأتى :

1) $3x$ ، $5y$ ، $2x$

2) 5 ، $3a^3$ ، $-a$ ، a^2

3) $3x$ ، $-2yx$ ، $3xy$ ، $5y$

4) $2y$ ، $-3x$ ، $5y$ ، $4x$

✓ 1) الحدان $2x$ ، $3x$ متشابهان

2) لا توجد حدود متشابهة

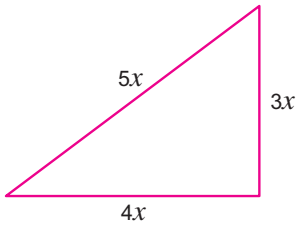
3) الحدان $-2yx$ ، $3xy$ متشابهان

4) الحدان $-3x$ ، $4x$ متشابهان ،
الحدان $2y$ ، $5y$ متشابهان

جمع الحدود الجبرية المتشابهة

مثال 3

أوجد التعبير الرياضى الذى يعبر عن محيط المثلث المقابل، ثم أوجد القيمة العددية للمحيط عند : $x = 1$



✓ نعبر عن محيط المثلث بالتعبير الرياضى :

$4x + 3x + 5x = (4 + 3 + 5)x = 12x$

القيمة العددية لمحيط المثلث عند $x = 1$ هى :

$12 \times 1 = 12$

تذكر أن

محيط المثلث يساوى مجموع أطوال أضلاعه

■ لاحظ أن

• الحد الجبرى يجب أن يحتوى على متغير واحد على الأقل.

• الحد الجبرى هو تعبير رياضى جبرى لا يحتوى على عملية الجمع (+) أو الطرح (–).

■ لاحظ أن

الحدود التى لا تحتوى على متغيرات، وتحتوى على أعداد فقط تسمى حدودًا ثابتة وهى حدود متشابهة مثل :

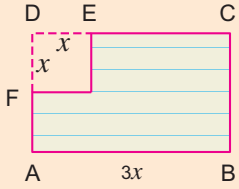
2 ، $\frac{-3}{5}$ ، 1 ، ...

■ تقييم ذاتى ②

ضع الحدود المتشابهة فى مجموعات

$4x$ ، $5y$ ، $2xy$ ، $-3x$ ، $-5xy$ ، $8y$، $6x^2$

■ تقييم ذاتى ③



الشكل يعبر عن ورقة على شكل مستطيل مقطوع منها مربع.
اكتب التعبير الرياضى الذى يعبر عن طول $\overline{EC}$.

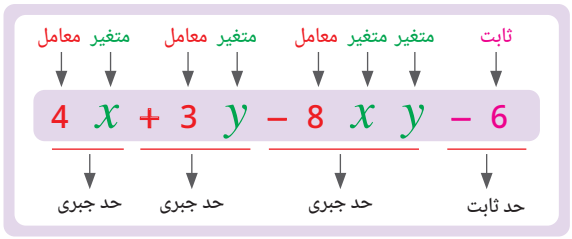
مثال 4

المقدار الجبرى $4x+3y-8xy-6$ له أربعة حدود ، اكتب :

1. حدود المقدار
2. الحد الثابت
3. معامل xy
4. المتغير الذى معامله 3

✓

1. حدود المقدار هى $4x, 3y, -8xy, -6$
2. الحد الثابت هو -6
3. معامل xy هو -8
4. المتغير الذى معامله 3 هو المتغير y



تبسيط المقدار الجبرى

- يكون المقدار الجبرى فى أبسط صورة عندما لا يحتوى على حدود متشابهة.
- يمكن وضع المقدار الجبرى فى أبسط صورة بجمع الحدود المتشابهة بعد إزالة الأقواس (إن وجدت) باستخدام خاصية التوزيع.

مثال 5

اختصر (بسِّط) كلًا من المقدارين الجبريين الآتيين :

1. $-x+2y-8y+5x+7$
2. $2(3x-4)-3(x-2)$

✓

1) $-x+2y-8y+5x+7$

$=-x+5x+2y-8y+7$ (خاصية الإبدال)

$=(-x+5x)+(2y-8y)+7$ (خاصية التجميع)

$=(-1+5)x+(2-8)y+7$ (جمع معاملات الحدود المتشابهة)

$=4x-6y+7$ (كتابة المقدار فى أبسط صورة)

2) $2(3x-4)-3(x-2)$

$=6x-8-3x+6$ (استخدام خاصية التوزيع فى فك الأقواس)

$=6x-3x-8+6$ (خاصية الإبدال)

$=(6x-3x)+(-8+6)$ (خاصية التجميع)

$=3x-2$ (كتابة المقدار فى أبسط صورة)

تقييم ذاتى ④

المقدار الجبرى

$5x-7y+1$

له ثلاثة حدود ، اكتب :

1. حدود المقدار
2. الحد الثابت
3. المتغير الذى له أصغر معامل
4. معامل x

تذكر : خواص العمليات

1. خاصية الإبدال
   - للجمع $a+b=b+a$
   - للضرب $a\times b=b\times a$
2. خاصية التجميع
   - للجمع $(a+b)+c=a+(b+c)$
   - للضرب $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$
3. خاصية التوزيع
   - للجمع $a(b+c)=a(b)+a(c)$
   - للطرح $a(b-c)=a(b)-a(c)$

تقييم ذاتى ⑤

اختصر (بسِّط) كلاً من المقادير الجبرية الآتية :

1. $2x+4y+x-7y$
2. $5a+2a-b+3b$
3. $13x-7+8x+19$
4. $3(x-7)-5(2x-5)$

فكر مع زملائك

ما خطوات تبسيط المقدار الجبرى ؟

جمع المقادير الجبرية

مثال 6

قام شخص بتوزيع مبلغ من المال على ثلاثة أشخاص، فأعطى الأول $(5+x)$ جنيهاً، وأعطى الثانى $(3+2x)$ جنيهًا، وأعطى الثالث $(3x-1)$ جنيهاً.
اكتب فى أبسط صورة المقدار الجبرى الذى يعبر عن المبلغ الذى تم توزيعه.
وإذا كانت $x=20$، فما قيمته ؟

المبلغ الذى وزعه هذا الشخص نعبر عنه بالمقدار :

$$x+5+2x+3+3x-1=x+2x+3x+5+3-1$$
$$=(1+2+3)x+(5+3-1)$$
$$=6x+7$$

عند : $x=20$ فإن قيمة المبلغ بالجنيهات هى :

$$6\times 20+7=120+7=127$$

طرح المقادير الجبرية

مثال 7

إذا كان سعر نموذج سيارة أطفال $5x$ جنيهاً،
يشتريه أحد التجار بتخفيض قدره 10 جنيهات،
وبعد تجميع النموذج يقوم ببيعه بسعر $(6x+7)$ جنيهاً.
اكتب مقداراً جبريًا يعبر عن ربح التاجر.
وإذا كانت $x=40$ فكم ربح التاجر ؟

- سعر الشراء هو $5x-10$
- سعر البيع هو $6x+7$
- الربح هو سعر البيع مطروحًا منه سعر الشراء.

$$(6x+7)-(5x-10)=6x+7-5x+10=6x-5x+7+10$$
$$=(6-5)x+7+10=x+17$$

أى أن مقدار ما ربحه التاجر هو $(x+17)$ جنيهاً.

عند : $x=40$ فإن مقدار ما ربحه التاجر بالجنيه هو :

$$40+17=57$$

تقييم ذاتى ⑥

يقرأ عمر كتابًا فى ثلاثة أيام ، قرأ فى اليوم الأول x صفحة ، فى اليوم التالى قرأ 31 صفحة ، وفى اليوم الثالث قرأ $(2x+17)$ صفحة، اكتب مقدارًا جبريًا فى أبسط صورة يعبر عن عدد صفحات الكتاب التى قرأها عمر.
ثم أوجد عدد الصفحات التى قرأها عمر عند $x=20$

تقييم ذاتى ⑦

قرر محمد أن يقرأ كتاباً عدد صفحاته $(7x+31)$ صفحة، فقرأ خلال ثلاثة أيام $(4x+17)$ صفحة.
كم صفحة تتبقى لمحمد حتى يتم قراءة صفحات الكتاب بالكامل؟

لاحظ أن

$$-(x+y)=-x-y$$
$$-(x-y)=-x+y$$
$$-(-x+y)=x-y$$
$$-(-x-y)=x+y$$

نشاط تعاونى

تعاون مع أحد أصدقائك واستخدم شبكة الإنترنت لمعرفة الدرجة التى يتجمد عندها الماء والدرجة التى يغلى عندها الماء على مقياس فهرنهايت ، واستخدم الصيغة الرياضية $C=\frac{5}{9}(F-32)$ لتحويل الدرجتين إلى الدرجة المئوية حيث F الدرجة الفهرنهايت، C الدرجة المئوية.

تقييم الدرس

أولاً قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) ما التعبير الرياضى الذى يعبر عن طرح (2 –) من x ؟

(أ) $x-2$ (ب) $2-x$

(جـ) $-2-x$ (د) $x+2$

(2) مـا الصيغـة الرياضيـة التى تعبـر عن المسـاحة (A) لمتوازى أضلاع طول قاعدته (ℓ) وارتفاعه (h) ؟

(أ) $A=\frac{1}{2}\ell h$ (ب) $A=\ell+h$

(جـ) $A=\ell h$ (د) $A=\frac{\ell}{h}$

(3) ما المعادلة المناسبة لإيجاد طول ضلع مثلث متساوى الأضلاع محيطه 12 سنتيمتر ؟

(أ) $x+3=12$ (ب) $3x=12$

(جـ) $2x=12$ (د) $x=12$

(4) مـا المتباينـة التـى تعبـر عـن أن الطول n سـنتيمتر المناسـب لاختيـار شـخص لممارسـة إحـدى الألعاب الرياضية يجب أن لا يقل عن 180 سنتيمتر ؟

(أ) $n<180$ (ب) $n>180$

(جـ) $n\leq 180$ (د) $n\geq 180$

(5) أى مما يلى حدان جبريان متشابهان ؟

(أ) $2x,-2x^2$ (ب) $3a,8a$

(جـ) $7x,7$ (د) x^2,y^2

(6) أى مما يلى يساوى $5a$ ؟

(أ) $3+2a$ (ب) $2+3a$

(جـ) $2a+3a$ (د) $5+a$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ عبر رياضيًا عن كل مما يأتى :

(7) عمر سالى منذ 5 سنوات إذا كان عمرها الآن x سنة.

(8) الوسط الحسابى للعددين x ، y لا يقل عن 18.

(9) محيط المثلث p إذا كانت أطوال أضلاعه هى a ، b ، c.

(10) مستطيل بعداه x ، y ومساحته 36 سنتيمتر مربع.

(11) باسم يملك عدد x ورقة نقود فئة 1 جنيه، وعدد y ورقة نقود فئة 5 جنيهات، وعدد z ورقة نقود فئة 10 جنيهات.

◂ اكتب المقادير الجبرية الآتية فى أبسط صورة :

(12) $7m-2n-7m+1$ (13) $-2n+3(n-1)$ (14) $3(2x-5)-4(x-6)$

◂ أوجد قيمة كل من التعبيرات الآتية إذا علمت أن $a=8$ ، $b=3$ ، $d=4$ ، $f=-1$:

(15) $\frac{-a}{4}$ (16) b^2-2f (17) $af+3d$

(18) **اكتب المعاملات الناقصة لتكون المعادلة التالية صحيحة:**

$10x + 6y - \square x + \square y = 3x + 8y$

(19) تقاس درجة الحرارة بمقياس فهرنهايت (°F) أو بمقياس الدرجة المئوية (°C).

استخدم الصيغة الرياضية $F = 1.8\,C + 32$

لتحويل درجة الحرارة 30 °C إلى مقياس فهرنهايت.

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

يساعد العمل على تطور شخصية الإنسان ورقى وطنه.

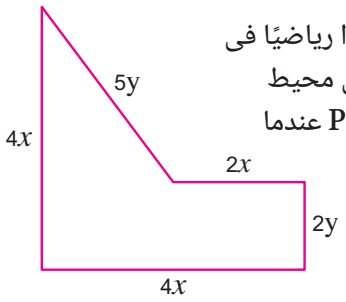
(20) **عمل :** تحصل ندى على أجر قدره x جنيهًا فى الساعة فى وظيفتها.

اكتب تعبيرًا رياضياً لكل مما يلى :

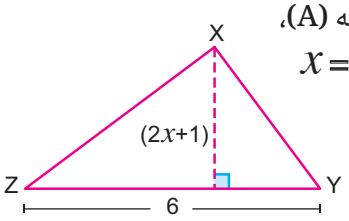
① كم تكسب ندى إذا عملت 8 ساعات ؟

② إذا حصلت ندى على زيادة فى الأجر قدرها 3 جنيهات فى الساعة، فما أجرها الجديد فى 5 ساعات ؟

(21) **هندسة :** اكتب تعبيرًا رياضيًا فى أبسط صورة يعبر عن محيط الشكل (P) ثم أوجد P عندما $x = 3$ ، $y = 2$



(22) **هندسة :** XYZ مثلث، اكتب الصيغة الرياضية التى تعبر عن مساحته (A)، ثم أوجد A عندما $x = 1$



(23) **تعليم :** مدرسة بها عدد $(8x + 15)$ بنتاً ، $(7x - 10)$ ولدًا

اكتب تعبيراً رياضيًا يوضح مقدار زيادة عدد البنات عن عدد الأولاد فى هذه المدرسة.

(24) **رياضة :** الشكل المقابل يوضح طاولة لعبة تنس الطاولة.

اكتب تعبيراً رياضياً فى أبسط صورة يعبر عن محيط الطاولة.

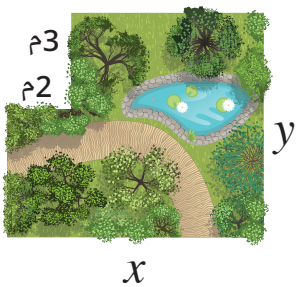
ثم أوجد قيمة المحيط (P) عند $x = 10$

تفكير إبداعى

(25) **يوضح الشكل المقابل مخططًا لحديقة.**

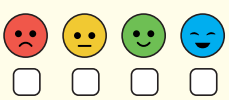
① اكتب تعبيراً رياضياً يعبر عن مساحة الحديقة.

② اكتب مقداراً جبرياً فى أبسط صورة يعبر عن محيط الحديقة.



قيّم فهمك!

ما مدى فهمك للتعبيرات والصيغ الرياضية ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس

2 - 2

المعادلات الخطية
(Linear Equations)

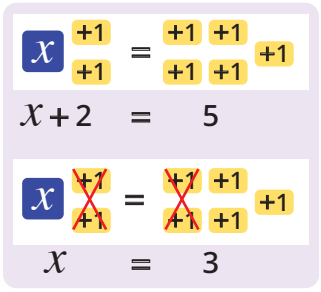
استعد !

أخذ هانى سيارة أجرة من منزله متجهًا إلى المدرسة وكانت تكلفة فتح العداد تساوى 10 جنيهات يُضاف إليها 5.5 جنيه عن كل كيلو متر يقطعه السائق.
إذا دفع هانى فى الرحلة 87 جنيهًا، فما عدد الكيلو مترات التى تحركتها السيارة خلال هذه الرحلة ؟

فـي هذا الـدرس، سـوف تتعلم كيفيـة تكوين وحـل معادلة خطية فى مجهـول واحد والتى تمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش !

بفرض أن البطاقة +1 تمثل موجب واحد، فإنه يمكن نمذجة المعادلة : $x+2=5$ كما بالشكل المقابل.



نشاط :

- **تعاون مع زملائك واستخدم البطاقات لنمذجة كل من المعادلات الآتية وحلها.**

$x+3=4$ | $x-2=3$ | $x-1=-3$ | $x+5=2$

تعلم !

مفهوم المعادلة المعادلة هى جملة رياضية تعبر عن تساوى تعبيرين رياضيين.

أمثلة :

معادلات فى متغير (مجهول) واحد

- $x+2=5$ معادلة خطية
- $4x^2+1=4$ معادلة تربيعية
- $x^3+x=2$ معادلة تكعيبية

معادلات خطية

- $x+5=-2$ (معادلة فى متغير واحد)
- $x+2y=5$ (معادلة فى متغيرين)

وسوف تقتصر دراستنا فى هذا الفصل الدراسى على المعادلات الخطية فى متغير واحد.

نواتج التعلم

- تكوِّن معادلة خطية فى مجهول واحد.
- تميِّز العلاقة بين مجموعة التعويض ومجموعة الحل.
- تحل معادلة خطية فى مجهول واحد فى مجموعات الأعداد (الطبيعية ، الصحيحة ، النسبية).

المفردات

- معادلة خطية Linear Equation
- حل Solution
- مجموعة التعويض Substitution Set
- مجموعة الحل Solution Set

معلومة إثرائية

المعادلة الخطية تمثل فى المستوى بخط مستقيم ، وأى متغير فيها يكون مرفوعًا للأس واحد.

توظيف التكنولوجيا

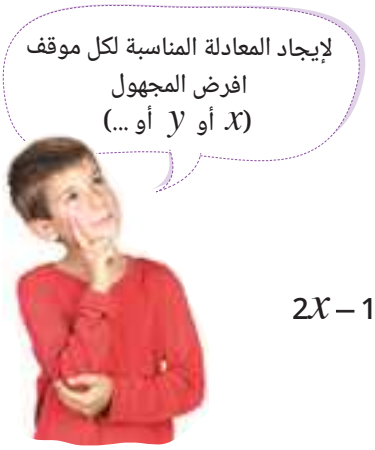
يمكنك استخدام تطبيق GeoGebra للتعرف على التمثيل البيانى للمعادلة الخطية فى المستوى.

تكوين المعادلة

مثال 1

عبر عن كل من المواقف الآتية بمعادلة مناسبة :

1. عند إضافة 5 إلى عدد كان الناتج (−3)
2. عند طرح 15 من ضعف عدد كان الناتج 12
3. مجموع ثلاثة أعداد فردية متتالية يساوى 87



✓

1) $x+5=-3$

2) $2x-15=12$

3) $y+(y+2)+(y+4)=87$

حل المعادلة

- **مجموعة التعويض**

هى المجموعة التى تنتمى إليها القيم المحتملة للمجهول فى المعادلة.

- **مجموعة حل المعادلة**

هى مجموعة القيم التى تنتمى لمجموعة التعويض وتحقق تساوى طرفى المعادلة.

حل المعادلات باستخدام طريقة التعويض

مثال 2

أوجد مجموعة حل المعادلة : $2x+1=7$ إذا كانت مجموعة التعويض هى $\{2, 3, 4\}$

قيم x الموجودة بمجموعة التعويض	2	3	4
التعويض بقيم x فى المعادلة $2x+1=7$	$2(2)+1 \stackrel{?}{=} 7$ $5 \neq 7$	$2(3)+1 \stackrel{?}{=} 7$ $7=7$	$2(4)+1 \stackrel{?}{=} 7$ $9 \neq 7$
هل طرفا المعادلة متساويان؟	✗	✓	✗

✓

وبالتالى يكون حل المعادلة عند $x=3$ أى أن مجموعة حل المعادلة $=\{3\}$

لاحظ أن مجموعة حل المعادلة هى مجموعة جزئية من مجموعة التعويض

خواص علاقة التساوى

طريقة التعويض السابق ذكرها تكاد تكون مستحيلة إذا كانت مجموعة التعويض مجموعة غير منتهية مثل N, Z, Q ولذلك نحتاج إلى طرق أبسط للحل، وذلك يتطلب دراسة خواص علاقة التساوى لنحصل على معادلة مكافئة للمعادلة الأصلية يكون فيها المتغير منفردًا فى أحد طرفى المعادلة.

■ **تقييم ذاتى ①**

عبر عن كل من المواقف الآتية بمعادلة مناسبة :

1. عند إضافة 3 إلى عدد كان الناتج 0
2. عند طرح (8 −) من ثلاثة أمثال عدد كان الناتج (5 −)
3. مجموع عددين زوجيين متتاليين يساوى 54

■ **تقييم ذاتى ②**

أوجد مجموعة حل المعادلة

$3x+2=17$

إذا كانت مجموعة التعويض هى

$\{3, 4, 5, 6\}$

■ **لاحظ أن**

المعادلات الخطية فى مجهول واحد التى لها نفس الحل تسمى معادلات متكافئة فمثلًا المعادلات :

$2x+7=19$

$2x=12$

$x=6$

هى معادلات متكافئة.

إذا كانت A ، B ، C ثلاثة أعداد فإن لهذه الأعداد الخواص الآتية :

1 خاصية الجمع أو الإضافة :

إذا كان : $A = B$ فإن : $A + C = B + C$

فمثلًا : إذا كان : $x - 1 = 3$ فإن : $x - 1 + 1 = 3 + 1$ ومنها $x = 4$

2 خاصية الطرح أو الحذف :

إذا كان : $A = B$ فإن : $A - C = B - C$

فمثلًا : إذا كان : $x + 2 = 3$ فإن : $x + 2 - 2 = 3 - 2$ ومنها $x = 1$

3 خاصية الضرب :

إذا كان : $A = B$ فإن : $A \times C = B \times C$

فمثلًا : إذا كان : $\frac{1}{3}x = 3$ فإن : $3 \times \frac{1}{3}x = 3 \times 3$ ومنها $x = 9$

4 خاصية القسمة :

إذا كان : $A = B$ فإن : $\frac{A}{C} = \frac{B}{C}$ (حيث $C \neq 0$)

فمثلًا : إذا كان : $4x = 20$ فإن : $\frac{4x}{4} = \frac{20}{4}$ ومنها $x = 5$

■ **خاصية 1**

يمكن جمع (أو إضافة) نفس العدد إلى طرفى المعادلة ويبقى الطرفان متساويين.

■ **خاصية 2**

يمكن طرح (أو حذف) نفس العدد من طرفى المعادلة ويبقى الطرفان متساويين.

■ **خاصية 3**

يمكن ضرب طرفى المعادلة فى نفس العدد ويبقى الطرفان متساويين.

■ **خاصية 4**

يمكن قسمة طرفى المعادلة على نفس العدد (ما عدا الصفر) ويبقى الطرفان متساويين.

حل المعادلات باستخدام خواص علاقة التساوى

مثال 3

أوجد مجموعة حل المعادلة $2x + 7 = 3$

إذا كانت مجموعة التعويض : ① Z ② N

$2x + 7 = 3$

(طرح 7 من طرفى المعادلة) $2x + 7 - 7 = 3 - 7$

$2x = -4$

(قسمة طرفى المعادلة على 2) $\frac{2x}{2} = \frac{-4}{2}$

$x = -2$

① إذا كانت مجموعة التعويض Z ، $-2 \in Z$ إذن مجموعة حل المعادلة فى Z هى $\{-2\}$

② إذا كانت مجموعة التعويض N ، $-2 \notin N$ إذن مجموعة حل المعادلة فى N هى ϕ

■ **تنوع الاستراتيجيات**

يمكنك الحل بـ (عكس العملية).

$2x \overset{+7}{} = 3$

$2x = 3 - 7$

$\overset{\div 2}{} x = -4$

$x = \frac{-4}{2} = -2$

■ **تقييم ذاتى ③**

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

$x + 12 = 7$

$3x + 11 = 9$

$2y - 5 = -2$

$9 - 2b = 7$

إذا كانت مجموعة التعويض هى :

① Z ② Q

■ تقييم ذاتى ④

أوجد فى Q مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

1. $3(x-5)=-18$
2. $3(x-1)+4=3$
3. $4(x-3)=2(x+4)$
4. $5(x-3)=2(x-1)$

■ التحقق من صحة الحل

يمكنك التحقق من صحة حل المسألة 1 كالتالى :

اكتب المعادلة الأصلية

$2(x-3)=8$

عوض عن x بـ 7

$2(7-3) \stackrel{?}{=} 8$

بسِّط $2\times4 \stackrel{?}{=} 8$

الجملة صحيحة $8=8$ ✓

أى أن الحل يساوى 7

◄ هل يمكنك التحقق من صحة حل المسألة 2

■ تقييم ذاتى ⑤

لدى حازم شريط خشبى طوله 180 سم ، ويريد أن يصنع منه إطاراً مستطيلًا لإحدى الصور بحيث يكون أحد بعدى الإطار أطول من الآخر بمقدار 15 سم.

اكتب معادلة تمثل هذا الموقف ثم حلها لإيجاد بُعدى الإطار.

مثال 4

أوجد فى Q مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين :

1. $2(x-3)=8$
2. $2(x+3)=3(1-x)$

✓

① $2(x-3)=8$

$2x-6=8$ (خاصية التوزيع)

$2x-6+6=8+6$ (إضافة 6 لطرفى المعادلة)

$2x=14$ (تبسيط المعادلة)

$\frac{2x}{2}=\frac{14}{2}$ (قسمة الطرفين على 2)

$x=7 \quad , \quad 7\in Q$

أى أن مجموعة الحل $=\{7\}$

② $2(x+3)=3(1-x)$

$2x+6=3-3x$ (خاصية التوزيع)

$2x+3x=3-6$ (تجميع الحدود المتشابهة)

$5x=-3$ (تبسيط كل طرف)

$x=-\frac{3}{5} \quad , \quad -\frac{3}{5}\in Q$ (إيجاد قيمة x)

أى أن مجموعة الحل $=\{-\frac{3}{5}\}$

■ تنوع الاستراتيجيات

يمكن الحل بالقسمة على 2 أولًا دون استخدام خاصية التوزيع

$2(x-3)=8$

$\frac{2(x-3)}{2}=\frac{8}{2}$

$x-3=4$

$x-3+3=4+3$

$x=7$

مثال 5

الربط بالثقافة : اشترى أربعة أشخاص تذاكر لدخول المتحف المصرى بالقاهرة ، كما اشتروا هدايا تذكارية بمبلغ 500 جنيه ، فإذا بلغت التكلفة الإجمالية 620 جنيهاً.

اكتب معادلة تمثل هذا الموقف.

ما سعر التذكرة الواحدة ؟

✓

افرض سعر التذكرة الواحدة x جنيهاً

سعر الأربعة تذاكر $4x$ جنيهاً

$4x+500=620$

$4x=620-500$

$4x=120$

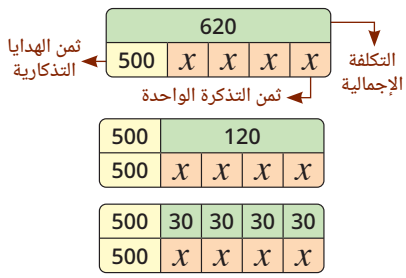
$x=\frac{120}{4}$

$x=30$

أى أن سعر التذكرة الواحدة 30 جنيهاً.

■ تنوع الاستراتيجيات

يمكن حل المعادلة باستخدام النموذج الشريطى حيث x هو سعر التذكرة الواحدة



سعر التذكرة الواحدة x هو 30 جنيهاً.

تقييم الدرس

أولاً قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) عددان متتاليان مجموعهما 29.
أى من المعادلات التالية تعبر عن ذلك ؟
(أ) $x+x+2=29$ (ب) $x+x+1=29$
(جـ) $x+x-1=28$ (د) $x+x+1=30$

(2) عمر زياد الآن x سنة، وعمره منذ 7 سنوات كان 18 سنة.
أى من المعادلات التالية تمثل الموقف السابق ؟
(أ) $x+7=25$ (ب) $x-7=11$
(جـ) $x+7=18$ (د) $x-7=18$

(3) أى من المعادلات الآتية ليس لها حل فى Z ؟
(أ) $6x=12$ (ب) $6x=15$
(جـ) $6x=18$ (د) $6x=24$

(4) أى مما يلى يمثل حل المعادلة $2(x-5)=0$ فى Q ؟
(أ) 0 (ب) 5
(جـ) -5 (د) 10

◂ اكتشف الخطأ :

(5) قام كل من أحمد ونهى بحل المعادلة : $2x+7=16$
أى منهما اتبع الطريقة الصحيحة فى الحل ؟ ناقش.

حل أحمد :
$2x+7=16$
$2x+7-7=16-7$
$2x=9$
$\frac{2x}{2}=\frac{9}{2}$
$x=4,5$

حل نهى :
$2x+7=16$
$\frac{2x}{2}+7=\frac{16}{2}$
$x+7=8$
$x+7-7=8-7$
$x=1$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى N

(6) $-\frac{2}{5}+a=\frac{3}{5}$ (7) $4+5x=9$ (8) $2(x+7)=10$

◂ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى Z

(9) $2x-5=-17$ (10) $4-3x=19$ (11) $4(x-1)=3(x+1)$

◂ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى Q

(12) $\frac{1}{3}x+3=12$ (13) $2x+5=12+3x$ (14) $7=2(x+3)$

◂ أجب عن الأسئلة الآتية :

(15) إذا كان : $\frac{m}{3}=7$ فما قيمة $m-19$ ؟

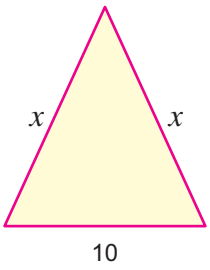
(16) إذا كان : $-7k=28$ فما قيمة $3k+6$ ؟

(17) كتب معلم الرياضيات عددًا صحيحًا على السبورة، ثم كتب عددًا آخر أقل من ضعف العدد الأول بمقدار 17، فكان مجموع العددين 112 ما هو العدد الذى كتبه المعلم أولًا ؟

(18) إذا كان عُمر أمى الآن ثلاثة أمثال عمرى، وكان عُمر أمى يزيد 24 سنة عن عُمرى. فما هو عمر كل منا الآن ؟

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(19) **هندسة :** إذا كان محيط المثلث المقابل يساوى 34 فما قيمة x ؟



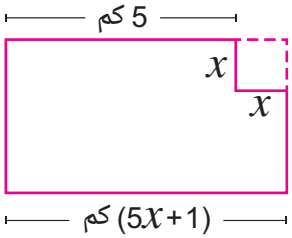
(20) **ادخار :** حصالة بها 42 ورقة نقود من فئتى 20 جنيهًا، 50 جنيهًا فإذا كانت القيمة الإجمالية للنقود فى الحصالة 1800 جنيه.
كم عدد ورق النقود فئة 20 جنيهًا ؟

الادخار يجعل الفرد قادراً على
مواجهة الظروف الطارئة فى المستقبل.

(21) **رياضة :** ملعب كرة قدم على شكل مستطيل طوله يقل 15 متراً عن ضعف عرضه ، فإذا كان محيطه 330 مترًا.
أوجد بعدى الملعب.

تفكير إبداعى

(22) فى إطار حرص الدولة على توسيع الرقعة الزراعية تم استصلاح أرض صحراوية على شكل مستطيل مع اقتطاع جزء منها على شكل مربع طول ضلعه x كمزرعة لتنمية الثروة الحيوانية.
فما قيمة x بالكيلو متر ؟



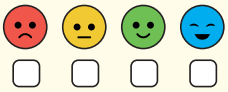
زيادة الرقعة الزراعية تساعد على حل
المشكلات الناجمة عن تغيرات المناخ.

(23) **توظيف :** أعلنت إحدى المؤسسات عن وظائف شاغرة لديها وتم تخصيص دقيقتين لكل شخص من أجل التقدم للحصول على وظيفة، بينما كانت سلمى التى جاءت للحصول على وظيفة تنتظر فى الطابور كان هناك $2x+2$ من الأشخاص أمامها، $3x-4$ خلفها، فإذا كان عدد أشخاص الطابور 35 شخصًا.
كم يمضى من الوقت لتصل سلمى إلى بداية الطابور ؟

النظام والالتزام
يدل على احترامك للآخر ولنفسك.

قيّم فهمك!

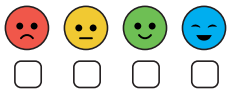
ما مدى فهمك للمعادلات الخطية ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



تقييم الوحدة الثانية

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للوحدة الثانية ؟ ضع علامة فى المربع المناسب



◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) ما المعادلة المناسبة لحساب سعر القميص عند شرائك 3 قمصان من نفس النوع من أحد المتاجر الإلكترونية إذا كانت التكلفة الكلية 490 جنيهًا بعد إضافة 40 جنيهًا مصاريف شحن ؟

(أ) $x+40=490$ (ب) $3(x+40)=490$

(جـ) $x+120=490$ (د) $3x+40=490$

(2) ما المقدار الجبرى الذى يكافئ المقدار التالى : $2x-3-4x+1$ ؟

(أ) $2x-2$ (ب) $-2x+2$

(جـ) $-6x-4$ (د) $-2-2x$

(3) أى من المعادلات الآتية تكافئ المعادلة : $2n+1=3$ ؟

(أ) $n+2=6$ (ب) $2n=4$

(جـ) $2n=2$ (د) $n+1=\frac{3}{2}$

(4) ما المتباينة التى تعبر عن أن باسم يحتاج ما لا يقل عن 10 جيجابايت شهرياً لإنجاز عمله عبر الإنترنت ؟

(أ) $x<10$ (ب) $x>10$

(جـ) $x\leq 10$ (د) $x\geq 10$

◂ أكمل كلًا مما يأتى بالإجابة الصحيحة :

(5) قيمة المقدار $(4x-10)$ عند $x=-1$ تساوى .....

(6) مجموعة الحل فى N للمعادلة $2(3x-1)=10$ هى .....

(7) إذا كان مروان يملك عدد x من أوراق النقود فئة 10 جنيهات بالإضافة إلى ورقة واحدة فئة 100 جنيه. وكان إجمالى ما مع مروان من نقود هو 330 جنيهًا فإن $x=$ .....

(8) متوازى أضلاع طول قاعدته 12 سم وارتفاعه المناظر لها $(3x-1)$ سم ومساحته 60 سنتيمتر مربع ، فإن $x=$ .....

◂ أجب عن الأسئلة الآتية :

(9) اكتب فى أبسط صورة المقدار : $2(n-3m)-3(2n-1)$ ثم أوجد قيمة المقدار عند : $n=2\ ,\ m=-2$

(10) أوجد فى Q مجموعة حل المعادلة : $2(\frac{1}{2}x-3)=4x$

(11) اكتب حدًا جبريًا مشابهًا للحد الجبرى x^2 ومعامله يساوى -3 ثم أوجد مجموع الحدين.

(12) اكتب الصيغة الرياضية التى تعبر عن المساحة الكلية (A) لمكعب مساحة أحد أوجهه x^2.

نشاط الوحدة الثانية

المعادلات الخطية فى حياتنا

اجمع بيانات من المواقف الحياتية اليومية والتى يمكن التعبير عنها باستخدام المعادلات الخطية فى متغير واحد مع شرح كيفية رسمها باستخدام تطبيق GeoGebra

◂ **هدف النشاط :** تنمية مهارات العمل الفريقى باستخدام التكنولوجيا الرقمية لدعم فهم المعادلات الخطية فى مجهول واحد ورسمها.

◂ **خطوات التنفيذ :**

1. تشكيل فريق مكون من ثلاثة أفراد للبدء فى تنفيذ النشاط.
2. الاتفاق على المواقف الحياتية التى يمكن أن تعبر عن معادلات خطية فى متغير واحد.
3. إعادة صياغة المواقف إلى معادلات خطية فى متغير واحد.
4. حل المعادلات الخطية فى متغير واحد والتحقق من صحة الحل.
5. استخدام تطبيق GeoGebra لرسم تلك المعادلات.

الوحدة 3

الإحصاء

دروس الوحدة

3-1 تنظيم البيانات

3-2 الوسط الحسابى

3-3 القطاعات الدائرية

يستخدم التعلم الآلى فى تحليل البيانات لاستخلاص المعلومات التى تحتويها مما يساعد على اتخاذ القرارات وتحسين الأداء فى مختلف المجالات.

◀ فهل يمكن تطوير خوارزميات التعلم الآلى لحل مشكلات إحصائية فى حياتنا اليومية ؟

القضايا والمهارات الحياتية

- تكنولوجيا المعلومات
- التفكير الإبداعى
- التنبؤ
- اتخاذ القرار

القيـــم

- المسئولية
- العمل
- العـدالـة
- المثابـرة

الدرس
1 - 3

تنظيم البيانات
(Organizing Data)

■ نواتج التعلم
- تذكر الطرق المختلفة لتنظيم البيانات.
- تعرف طريقة إنشاء جدول تكرارى ذى مجموعات.
- تعرف كيفية تمثيل البيانات بمخطط الساق والأوراق.
- تميز بين المخططات البيانية المضللة وغير المضللة.

■ المفردات
- جمع البيانات
Collecting Data
- تنظيم البيانات
Organizing Data
- جدول تكرارى ذو مجموعات
Frequency Table with Intervals
- مخطط التمثيل بالنقاط
Dot Plot
- مخطط التمثيل بالأعمدة
Bar Graph
- المدرج التكرارى
Histogram
- مخطط الساق والأوراق
Stem and Leaf
- المخطط الصندوقى
Box Plot

■ نشاط
أعطِ أمثلة على أسئلة إحصائية وأخرى غير إحصائية.

استعد !

تبين الأعداد الآتية عدد الأهداف التى سجلها أحد الأندية فى لعبة كرة القدم خلال 34 مباراة فى الدورى المصرى فى أحد الأعوام.

1	1	4	2	2	3	1	2	0
1	3	2	0	3	1	3	1	2
3	3	2	2	2	1	3	3	0
1	2	4	4	1	0	0		

كيف يمكنك تنظيم هذه البيانات بصورة يسهل تفسيرها وتحليلها ؟

وما الطريقة الأنسب لتمثيل هذه البيانات بمخطط بيانى ؟

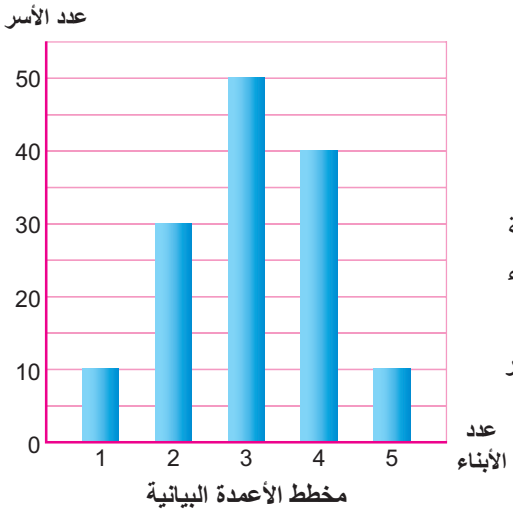
فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية تنظيم البيانات فى جداول تكرارية وتمثيلها بمخططات بيانية مختلفة.

فكر وناقش !

◂ **ما عدد الأبناء فى أسرتك ؟**

يمكنك الإجابة عن هذا السؤال ببساطة أن تقول 1 أ، 2 أ، ... حسب عدد الأبناء فى أسرتك.

ولذلك يسمى هذا السؤال سؤالاً غير إحصائى.



مخطط الأعمدة البيانية

◂ **ما عدد الأبناء لدى أسر طلاب الصف الأول الإعدادى فى مدرستك ؟**

الإجابة عن هذا السؤال تتطلب منك جمع البيانات وتنظيمها، ولذلك يسمى هذا السؤال سؤالاً إحصائيًا.

◂ مخطط الأعمدة البيانية الموضح هو مخطط بيانى يوضح عدد الأبناء فى أسر طلاب الصف الأول الإعدادى بإحدى المدارس.

هل يمكنك معرفة عدد الأسر التى لديها أقل من 5 أبناء ؟

■ جمع البيانات

يمكنك جمع البيانات بعدة طرق مثل الملاحظة والمقابلة الشخصية والاستبيان.

تعلم!

الإحصاء

هو علم جمع وتنظيم وعرض وتحليل وتفسير البيانات لاتخاذ القرارات وهو فرع من فروع الرياضيات وله تطبيقات فى مجالات متنوعة مثل الطب والاقتصاد والعلوم الاجتماعية وهكذا.

كيف تتعامل مع البيانات ؟

1. تحديد التساؤل أو المشكلة.
2. جمع البيانات.
3. تنظيم وعرض البيانات.
4. تحليل وتفسير البيانات.
5. التنبؤ واتخاذ القرار.

بعض أنواع المخططات البيانية :

1. التمثيل بالنقاط.
2. الأعمدة البيانية.
3. المدرج التكرارى.
4. الساق والأوراق.
5. المخطط الصندوقى.

وقد تمت دراسة معظم هذه المخططات خلال المرحلة الابتدائية.

■ تقييم ذاتى (1)

البيانات الآتية هى عدد مبيعات أجهزة الكمبيوتر المحمول فى أحد متاجر الكمبيوتر خلال ستة أشهر.

يوليو	8
أغسطس	6
سبتمبر	7
أكتوبر	8
نوفمبر	8
ديسمبر	7

مثل هذه البيانات بمخطط بيانى مناسب.

مثال 1

سجلت إحدى المعلمات درجات 25 طالبًا فى أحد الامتحانات كما يلى :

6, 5, 6, 3, 4, 6, 7, 5, 6, 3, 8, 6, 6, 7, 7, 6, 7, 8, 4, 6, 8, 7, 5, 6, 5

1. مثل هذه البيانات بمخطط النقاط ومخطط الأعمدة البيانية.
2. ما عدد الطلاب الحاصلين على 7 درجات على الأقل ؟
3. ما الدرجة التى حصل عليها معظم الطلاب ؟

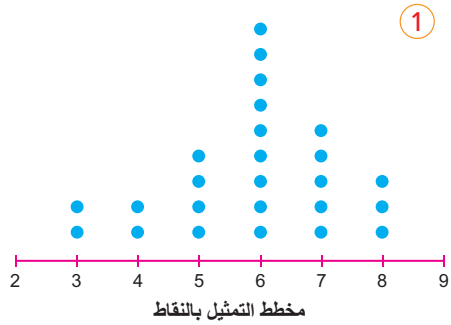
للإجابة عن مثل هذه الأسئلة، نجد أنه من المفيد تنظيم البيانات أولاً،
وإحدى طرق تنظيم البيانات هى كتابتها كقائمة مرتبة من الأقل إلى الأكبر لتصبح الدرجات كالآتى :

3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8

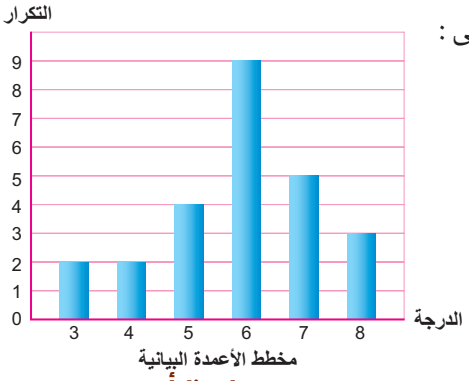
ويمكن تنظيم هذه البيانات بناءً على الترتيب السابق فى جدول تكرارى كالآتى :

الدرجة	3	4	5	6	7	8
التكرار	2	2	4	9	5	3

ثم باستخدام هذا الجدول كوِّن مخطط النقاط ومخطط الأعمدة البيانية لهذه البيانات كما يلى :

① 

مخطط التمثيل بالنقاط



مخطط الأعمدة البيانية

② عدد الطلاب الحاصلين على 7 درجات على الأقل هو
$5 + 3 = 8$

③ الدرجة التى حصل عليها معظم الطلاب (المنوال) هى 6

■ **لاحظ أن**

يُظهر كل من مخطط التمثيل بالنقاط ومخطط الأعمدة البيانية القيم الحقيقية للبيانات.

الجدول التكرارى ذو المجموعات وتمثيله

إذا كانت أعداد البيانات كبيرة فيتم تنظيم هذه الأعداد فى مجموعات أو فترات متساوية ومنها نكوِّن الجدول التكرارى ذى المجموعات.

مثال 2

قام مـدرب الجودو بأحد الأندية بوزن جميع لاعبى الجودو قبل إحدى البطولات، وكانت كتل مجموعة من 40 لاعبًا بالكيلو جرام على النحو التالى :

41	85	74	86	65	62	100	95	77	82
50	83	77	93	73	72	69	73	87	50
98	66	47	100	50	89	78	70	75	95
80	78	83	81	72	75	48	63	58	56

① قم بتنظيم هذه البيانات ومثلها بمدرج تكرارى.
② ما عدد لاعبى الجودو الذين كتلة كل منهم 81 كجم أو أكثر ؟

① لتكوين الجدول التكرارى ذى المجموعات قم بما يلى :

◄ أوجد المدى = أكبر قيمة مطروحًا منها أقل قيمة
$100 - 41 = 59$
أى أن المدى تقريبًا يساوى 60

◄ قسم 60 إلى عدد مناسب من الفترات وليكن 6 فترات
طول كل فترة = 10
فمثلاً الفترة الأولى تكون فيها كتل اللاعبين 41 كجم حتى أقل من 51 كجم وتُكتب (41 –)
إذن الفترات هى :
41 – , 51 – , 61 – , 71 – , 81 – , 91 –

◄ سجل الفترات والتكرار فى الجدول المقابل ثم احذف عمود العلامات فتحصل على الجدول التالى :

الكتل	العلامات	التكرار
41 –	𝍸 /	6
51 –	//	2
61 –	𝍸 /	6
71 –	𝍸 𝍸 //	12
81 –	𝍸 ///	8
91 –	𝍸 /	6

■ **تفكير ناقد**

ضع درجة نهائية للامتحان الذى أجرتـه المعلمـة فـى مثال ① وفـى ضوء هـذه الدرجة وضح ما القرار الـذى يمكن أن تتخذه المعلمة.

■ **تقييم ذاتى ②**

تتكون البيانـات الآتية من الكتل بالكيلـو جـرام لمجموعة من 30 طالبًا :

70 , 43 , 48 , 72 , 53 , 81 , 76 , 54 , 58 , 64 , 51 , 53 , 75 , 62 , 84 , 67 , 72 , 80 , 88 , 65 , 60 , 43 , 53 , 42 , 57 , 61 , 55 , 75 , 82 , 71

① قـم بتنظيـم هـذه البيانـات فى جدول مستخدمًا فترات متساوية الطول
40 –, 50 –, ...

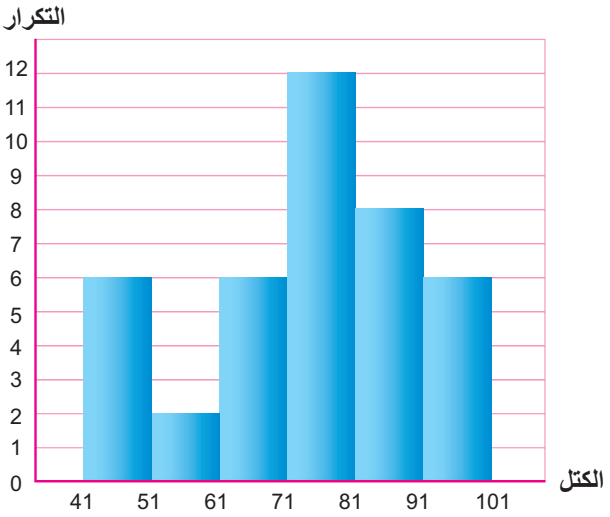
② ما الفتـرة التى تحتوى على أكبر عدد من الطلاب ؟

③ ما عـدد الطـلاب الذين تقل كتلة كل منهم عن 70 كجم ؟

④ مثل البيانات بمدرج تكرارى.

الكتل	41 –	51 –	61 –	71 –	81 –	91 –
التكرار	6	2	6	12	8	6

◄ مثل هذه البيانات بالمدرج التكرارى.



■ **لاحظ أن**

لا يُظهر المدرج التكرارى القيم الحقيقية للبيانات.

② عدد اللاعبين الذين كتلة كل منهم 81 كجم أو أكثر = 8 + 6 = 14 لاعبًا.

مخطط الساق والأوراق

يستخدم مخطط الساق والأوراق لعرض البيانات العددية مرتبة بحيث يقسم كل عدد لجزأين (الساق - الأوراق).

فمثلًا : عدد مكون من رقمين (41) تمثل العشرات بالساق (4) والآحاد بالأوراق (1) والمثال التالى يوضح ذلك :

مثال 3

إذا كان عدد الساعات التى يقضيها 27 طالبًا فى استخدام الإنترنت أسبوعيًا كالتالى :

14	35	27	21	20	46	20
40	31	18	28	11	44	33
18	32	21	19	43	15	34
41	21	16	26	32	30	

1. قم بتنظيم هذه البيانات وتمثيلها باستخدام مخطط الساق والأوراق.
2. أوجد من مخطط الساق والأوراق كلًا من المنوال والوسيط والرُبيع الأول والرُبيع الثالث.
3. مثل البيانات باستخدام المخطط الصندوقى.

■ **معلومة سابقة**

فى الجدول التكرارى ذى المجموعات، تكون المجموعات متساوية فى الطول، لذا عند تمثيلها بالمدرج التكرارى تكون الأعمدة لها نفس العرض مع عدم وجود فراغات بينها.

■ **تقييم ذاتى ③**

تمثل البيانات الآتية درجات الحرارة المسجلة فى إحدى المدن خلال ثلاثة أسابيع :

21	41	42	26	25
25	43	24	25	19
18	41	17	40	38
33	32	29	33	28
34				

ارسم مخطط الساق والأوراق ثم استنتج منه الوسيط والمنوال.

■ **لاحظ أن**

إذا كانت البيانات بها علامات عشرية مثل :
12.7 ، 9.4 ، 10.5 ، ...
تكون الأوراق هى الجزء من عشرة مثل 7 ، 4 ، 5
وتكون الساق هى الجزء الصحيح من العدد مثل 12 ، 9 ، 10
ويكون المفتاح كما بالشكل
7 | 12 يمثل 12.7

■ **معلومة سابقة**

المخطط الصندوقى يتم فيه توزيع البيانات على خط الأعداد، وذلك بتحديد القيمة الصغرى والقيمة الكبرى، والوسيط، والرُبيع الأول والثالث.

■ **احذر من التمثيلات البيانية المضللة**

دائمًا يجب قراءة المخططات البيانية بعناية وفهم كيفية تمثيلها لتجنب الوقوع فى التضليل البيانى.

(1) تمثيل البيانات بمخطط الساق والأوراق :

◂ أصغر عدد هو 11 وأكبر عدد هو 46

◂ ارسم خطًا رأسيًا.

◂ اكتب على اليسار الساق وتحته الأعداد :

1 , 2 , 3 , 4

◂ اكتب على اليمين الأوراق والتى تمثل أرقام الآحاد مرتبة تصاعديًا فى كل صف.

◂ اكتب مفتاح كيفية قراءة البيانات.

الساق	الأوراق
1	1 4 5 6 8 8 9
2	0 0 1 1 1 6 7 8
3	0 1 2 2 3 4 5
4	0 1 3 4 6

المفتاح | 6 | 2 تمثل 26 ساعة

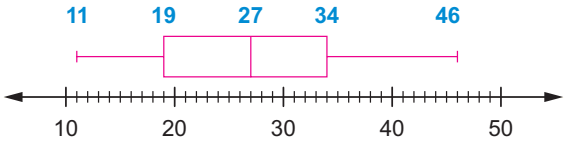
■ **لاحظ أن**

يُظهر مخطط الساق والأوراق القيم الحقيقية للبيانات وبطريقة مرتبة.

(2) ◂ المنوال هو العدد الأكثر تكرارًا فى الصف فمثلًا 1 مكرر ثلاث مرات فى السطر الثانى فإن المنوال = 21

بما أن القيم مرتبة تصاعديًا فإن الوسيط = 27 والرُبيع الأول = 19 والرُبيع الثالث = 34

(3) تمثيل البيانات بالمخطط الصندوقى



■ **لاحظ أن**

لا يُظهر المخطط الصندوقى القيم الحقيقية.
ولكنه أسهل فى إيجاد الوسيط والرُبيع الأول والثالث.

المخططات البيانية المضللة

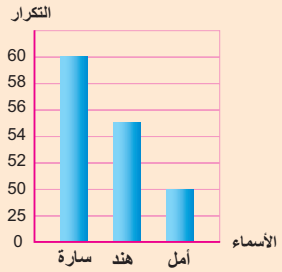
يمكن أن تكون الرسوم البيانية أداة فعالة لتوضيح البيانات، لكنها أيضًا يمكن أن تكون مضللة إذا لم تُستخدم بشكل صحيح، أو إذا لم تُعرض البيانات بشكل صحيح مما يؤدى أحيانًا إلى التأثير على الاستنتاجات.

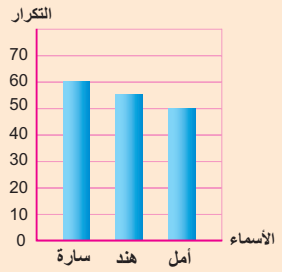
إليك بعض الطرق الشائعة التى يمكن أن تكون فيها الرسوم البيانية مضللة :

1. إذا كان المحور الرأسى لا يبدأ من الصفر.
2. إذا استخدم مقياس رسم غير متساوٍ على المحور الرأسى.

■ تقييم ذاتى ④

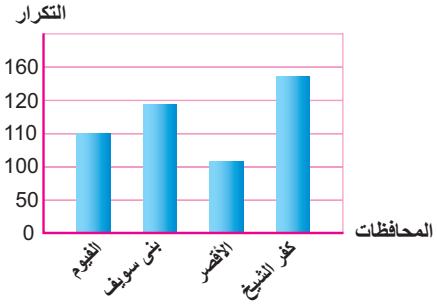
يوضح كل من المخططين البيانيين الآتيين كتل سارة وهند وأمل بالكيلو جرام. ما المخطط البيانى الذى يمكن أن يكون مضللًا ؟ ولماذا ؟



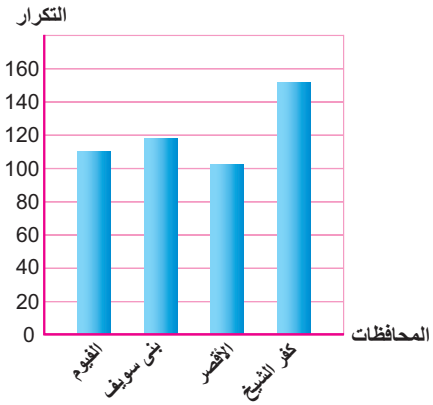


مثال 4

يوضح كل من المخططين البيانيين الآتيين عدد مكاتب البريد فى محافظات الفيوم، بنى سويف، الأقصر، كفر الشيخ لعام 2021/2022، ما المخطط البيانى الذى يمكن أن يكون مضللًا ؟ لماذا ؟



شكل (1)



شكل (2)

من الواضح أن المخطط البيانى فى شكل (1) مضلل حيث إن المحور الرأسى لم يستخدم مقياس رسم متساويًا، وفيه يبدو أن عدد مكاتب البريد فى بنى سويف ضعف عدد مكاتب البريد فى الأقصر تقريبًا.

نشاط تعاونى

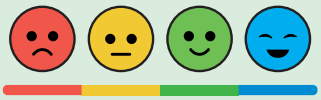
تعاون مع زملائك للإجابة عن السؤال الآتى :

ما وسيلة المواصلات المستخدمة للذهاب إلى المدرسة ؟

نظم البيانات التى ستحصل عليها فى جدول، ثم اعرضها بمخطط بيانى مناسب.

حلل البيانات للوصول إلى بعض الاستنتاجات.

تقييم الدرس



أولًا قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) من مخطط الساق والأوراق المقابل، ما الوسيط ؟

الأوراق	الساق
9	0
0 2 2 2 3 4 5 6 6	1
0 1 1 5 7 8 9	2
1 2 3	3

المفتاح | 1 | 3 تعنى 31

(أ) 16 (ب) 17

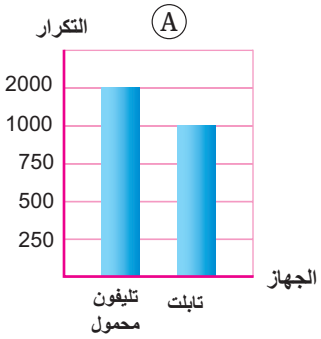
(جـ) 18 (د) 20

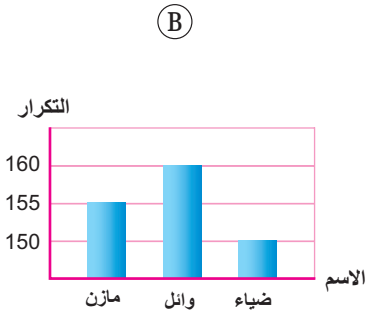
(2) أى من المخططات الآتية لا يظهر البيانات الحقيقية ؟

(أ) مخطط التمثيل بالنقاط (ب) المدرج التكرارى

(جـ) مخطط الساق والأوراق (د) التمثيل بالأعمدة

(3) المخططان البيانيان الآتيان أحدهما يمثل أطوال ثلاثة أصدقاء، والآخر يمثل أعداد ما يملكه موظفو شركة ما من أجهزة التابلت أو التليفون المحمول. أى من المخططين يعتبر مضللًا ؟





(أ) A فقط مضلل (ب) B فقط مضلل

(جـ) كلاهما مضلل (د) كلاهما غير مضلل

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

(4) تمثل البيانات الآتية عدد ألعاب الأطفال التى باعها أحد المتاجر خلال 30 يومًا :

13	32	12	33	27	37	44	8	26	32
36	41	45	9	38	16	46	48	29	15
13	32	33	14	18	28	34	25	7	18

مثل هذه المبيعات بمخطط الساق والأوراق، ثم أوجد كلًا من الوسيط والمنوال.

(5) مثل الجدول الآتى بالمدرج التكرارى :

الفترات	– 1	– 11	– 21	– 31	– 41
التكرار	8	12	36	24	20

(6) فيما يلى الطول بالسنتيمتر لعدد 32 طالبًا :

134	152	140	134	130	142	131	144
144	132	147	143	135	135	145	137
148	151	133	142	136	138	132	146
140	139	141	148	130	144	149	139

① كون جدولاً تكراريًا ذى مجموعات مستخدماً الفترات (... ,– 135 ,– 130) ثم مثله بمدرج تكرارى.

② ما عدد الطلاب الذين يقل طول كل منهم عن 145 سم ؟

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(7) **إدارة الأعمال :** يبين الجدول الآتى مبيعات أحد محال بيع الكمبيوتر خلال العام الماضى :

النوع	التكرار
كمبيوتر شخصى	60
كمبيوتر محمول	100
تابلت	80
قطع إلكترونية	240

مثل هذه البيانات بمخطط بيانى مناسب

(8) **ادخار :** يبين الجدول الآتى مدخرات طلاب الصف الأول الإعدادى بإحدى المدارس :

الفترات	التكرار
1 –	6
101 –	10
201 –	18
301 –	12
401 –	8

مثل هذه المدخرات بالمدرج التكرارى

تفكير إبداعى

(9) **صناعة :** يوضح مخطط الساق والأوراق المقابل متوسط عمر البطارية لعدد 25 تليفون محمول :

الساق	الأوراق
0	8 9
1	0 1 1 2 2 2 3 4 5 6 7 8 9
2	0 2 5 6 7 8 9 9
3	1 2

المفتاح | 2 | 3 تمثل 32 ساعة

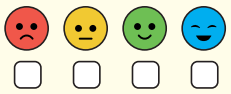
① ارسم المخطط الصندوقى لهذه البيانات.

② ما عدد التليفونات المحمولة التى يكون متوسط عمر البطاريات لديها أكثر من 17 ساعة ؟

③ أوجد النسبة المئوية للتليفونات المحمولة التى يكون متوسط عمر البطاريات لديها أقل من 12 ؟

قيم فهمك!

ما مدى فهمك لتنظيم البيانات؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس
2 - 3

الوسط الحسابى
(Arithmetic Mean)

■ نواتج التعلم

- تعرف مقاييس النزعة المركزية.
- تعرف كيفية حساب الوسط الحسابى لمجموعة من القيم.
- تعرف كيفية حساب الوسط الحسابى لجدول تكرارى.
- تعرف مفهوم البيانات الإحصائية المضللة.

■ المفردات

- الوسط الحسابى Arithmetic Mean
- الوسيط Median
- المنوال Mode

■ معلومة سابقة

مقاييس النزعة المركزية هى القيم التى تصف مركز تجمُّع مجموعة من البيانات ويعتبر الوسط الحسابى من أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداماً.

استعد !

يوضح الجدول التكرارى التالى استهلاك الإنترنت بالـ GB لأسرة خلال شهر.

ما متوسط استهلاك الإنترنت اليومى لهذه الأسرة ؟

استهلاك الإنترنت بالـ GB	12	13	5	4	20
عدد الأيام	5	7	4	12	2

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية إيجاد الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى، والذى سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش !

إذا كان لديك أربعة أعداد a , b , c , d

وكان متوسط أول عددين 21 ، ومتوسط العددين الأخيرين 30، ما متوسط الأعداد الأربعة ؟

تعلم !

تعلمت فيما سبق مقاييس النزعة المركزية لمجموعة من القيم وهى :

① الوسط الحسابى (المتوسط)

الوسط الحسابى = مجموع القيم / عددهم

فمثلاً :

الوسط الحسابى للقيم
7,4,11,8,5
يساوى

$$\frac{7+4+11+8+5}{5} = 7$$

② الوسيط

الوسيط هو القيمة التى تتوسط القيم بعد ترتيبها

فمثلاً :

- **الوسيط لمجموعة القيم**
2،2،3،4،6،9
يساوى 4
- **الوسيط لمجموعة القيم**
2 , 3 , 4 , 6 , 9 , 17
يساوى

$$\frac{4+6}{2} = 5$$

③ المنوال

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعاً أو الأكثر تكراراً

فمثلاً :

- **المنوال للقيم :**
7 , 9 , 0 , 6 , 7 , 3 , 7 , 8
يساوى 7
- **بينما المنوال للقيم**
7، 8، 3، 7، 6، 0، 5، 8
هو 7 ، 8 **(ثنائية المنوال)**
- أما القيم 2، 0، 5، 3، 8، 7
ليس لها منوال

■ تقييم ذاتى ①

الأعـداد : 42 ، 55 ، 75 ، 55 ، 47 تمثـل أعـداد الأطفـال الحاصليـن علـى تطعيم شـلل الأطفال فى خمسة أيام.

إذا كان عـدد الحاصليـن علـى التطعيم فى اليوم السـادس هو 95 طفـلاً ، فـأى مـن العبارات الآتية تكون صحيحة ؟

أ الوسيط ينقص

ب المنوال يزداد

جـ المتوسط ينقص

د المتوسط يزداد

إرشـاد :

استخدم الحس العددى لاستبعاد بعض الاختيارات، أو أوجد المقاييس قبل وبعد إضافة 95 ، ثم قارن النتائج.

■ تقييم ذاتى ②

إذا كانـت كتل فريـق الكاراتيه بالمدرسة بالكيلو جرام موضحة فى الجدول التالى :

الكتلة (كجم)	التكرار
71	1
72	2
73	4
74	3
75	5
76	3
77	2

احسب الوسـط الحسابى لكتل هؤلاء اللاعبين.

مثال 1

تجتاز سـارة خمسـة اختبارات الدرجة العظمى لكل منها 100.

فـإذا كانت درجاتها فى ثلاثـة اختبارات هى 94 , 88 , 81 ، مـا أقل درجة يمكن أن تحصـل عليها فى أحد الاختبارين الآخريـن للحصـول على متوسـط 83 فى الاختبارات الخمسة ؟

مجموع درجات سارة فى الاختبارات الثلاثة = 81 + 94 + 88 = 263 درجة

للحصول على متوسط 83 درجة فى الاختبارات الخمسة، يجب أن يكون مجموع الدرجات فى الاختبارات الخمسة = 5 × 83 = 415 درجة

على ذلك فإن مجموع الدرجات التى تحتاجها سـارة فى الاختبارين التاليين هو الفرق بين 415 و 263

$$415 - 263 = 152$$

ونظرًا لأن الحد الأقصى للدرجة التى يمكنها الحصول عليها فى أحد الاختبارين هى 100 فإن أقل درجة ممكنة يمكنها الحصول عليها هى 52.

الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى

يمكنك حساب الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى باستخدام الصيغة الرياضية التالية :

$$\text{الوسط الحسابى } (\bar{x}) = \frac{\Sigma (f.x)}{\Sigma f}$$

حيث : Σf هو مجموع التكرارات و $\Sigma (f.x)$ هو مجموع حواصل ضرب f فى x.

مثال 2

يوضح الجدول التكرارى المقابل المصروف اليومى لطالب خلال أسبوع واحد.

أوجد متوسط المصروف اليومى لهذا الطالب.

المصروف بالجنيه (x)	عدد الأيام (f)
16	2
20	3
25	1
30	1

x	f	$f.x$
16	2	32
20	3	60
25	1	25
30	1	30
المجموع	7	147

$$\text{متوسط المصروف اليومى} = \frac{\Sigma (f.x)}{\Sigma f}$$

$$= \frac{147}{7} = 21 \text{ جنيهاً.}$$

مصروفك اليومى يعنى تحملك للمسئولية، وقدرتك على اتخاذ القرار.

مثال 3

يبين الجدول الآتى عدد ساعات العمل لمجموعة من العمال :

عدد الساعات (x)	5	6	7	8	9	10
عدد العمال (f)	12	n	30	39	16	9

أوجد عدد العمال الذين يعملون 6 ساعات بحيث يكون الوسط الحسابى لعدد ساعات العمل 7.5 ساعة.

بالعمل تُبنى الأوطان.

x	f	$f.x$
5	12	60
6	n	6 n
7	30	210
8	39	312
9	16	144
10	9	90
المجموع	n + 106	6 n + 816

$$\bar{x} = \frac{\Sigma\,(f.x)}{\Sigma\,f}$$

$$\frac{15}{2} = \frac{6\,n + 816}{n + 106}$$

$$15\,(n + 106) = 2\,(6\,n + 816)$$

$$15\,n + 1590 = 12\,n + 1632$$

$$15\,n - 12\,n = 1632 - 1590$$

$$3\,n = 42$$

$$n = \frac{42}{3} = 14$$

البيانات الإحصائية المضللة

استخدام الوسط الحسابى دون النظر إلى التوزيع العام للبيانات، يمكن أن يكون مضللاً. فإذا كانت هناك بعض القيم المتطرفة (الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا) يمكن أن يؤثر ذلك بشكل كبير على الوسط الحسابى، ولذلك من الأفضل فى هذه الحالة استخدام الوسيط أو المنوال.

مثال 4

عرض أحد المطاعم قائمة لأسعار وجبات الغداء بالمطعم بالجنيه وأعلن هذا المطعم بأن متوسط سعر الوجبة 132 جنيهاً.
وضح لماذا يكون متوسط سعر الوجبة مضللاً.

قائمة الأسعار

الصنف	السعر
$\frac{1}{2}$ ك كفتة	180
$\frac{1}{2}$ فرخة	150
شاورمة	160
$\frac{1}{2}$ ك سمك	150
زجاجة مياه	20

الوسط الحسابى لأسعار الوجبات

$$\frac{180 + 150 + 160 + 150 + 20}{5} = 132$$

أى أن صاحب المطعم استخدم مقياس الوسط الحسابى لقياس متوسط سعر الوجبة، وهذا المقياس (الوسط الحسابى) مضلل؛ لأن هناك قيمة متطرفة (20) وهى لا تعبر عن سعر أى وجبة، استغلها المطعم وأعلن أن متوسط سعر الوجبة 132 جنيهاً، وهذا يخالف الواقع، ويجب أن نحصل على مقياس آخر أكثر صدقًا فى وجود القيم المتطرفة وهو الوسيط حيث الوسيط هو 150 وهو يعبر بشكل أكثر صدقاً عن أسعار الوجبات.

■ تقييم ذاتى ③

يبين الجدول الآتى عدد الأطفال لمجموعة من الأسر.

عدد الأطفال	عدد الأسر
0	20
1	40
2	60
3	80
4	m

ما عدد الأسر التى لديها 4 أطفال بحيث يكون الوسط الحسابى لعدد الأطفال 3 أطفال ؟

■ احذر من البيانات المضللة

يمكن أن تتجنب الإحصاءات المضللة بالتعليم والتدريب والتحقق من المصادر والمقارنة بينها، بحيث تصبح مستهلكاً أكثر ذكاءً وناقداً للبيانات التى تقابلها فى حياتك اليومية.

■ تقييم ذاتى ④

طالب حصل على الدرجات الآتية فى خمسة امتحانات

40 , 50 , 100 , 45 , 40

إذا كانت الدرجة العظمى للامتحان الواحد 100، أوجد كلًا من الوسط الحسابى والوسيط لدرجات الطالب، وأى هذه المقاييس أكثر صدقاً ؟

تكنولوجيا استخدام برنامج Excel لإيجاد الوسط الحسابى والوسيط والمنوال

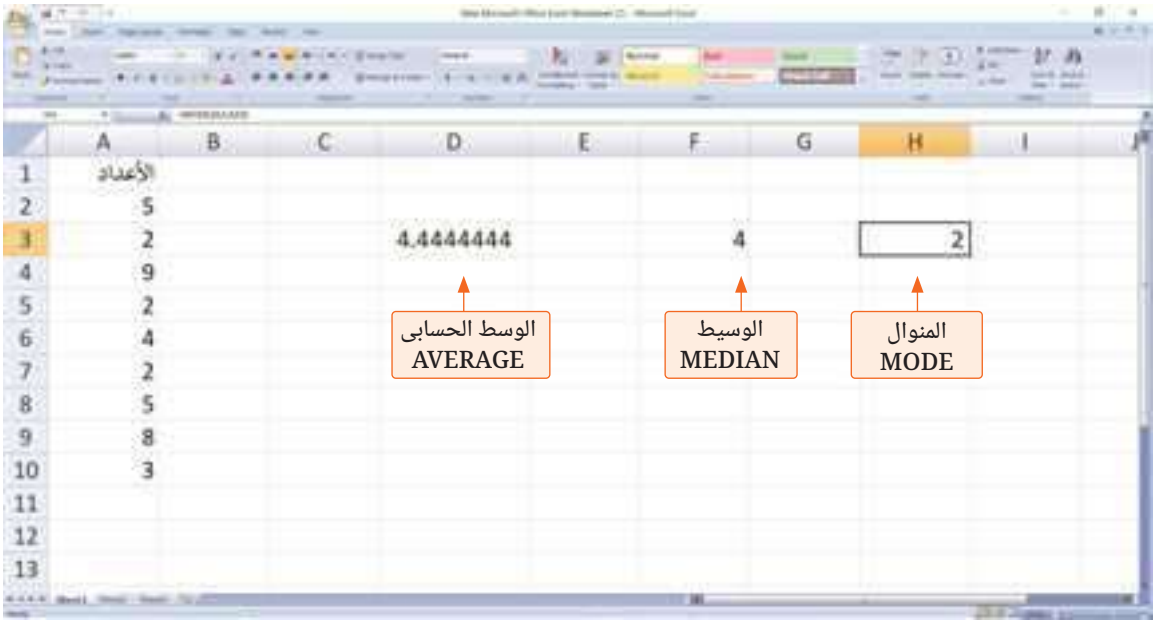
استخدم برنامج Excel واحسب الوسط الحسابى والوسيط والمنوال لمجموعة القيم :

3 , 8 , 5 , 2 , 4 , 2 , 9 , 2 , 5

الخطوات :

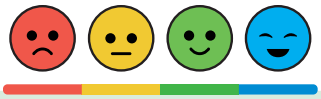
1. أدخل الأعداد فى أحد الأعمدة وليكن العمود A.
2. قف فى أى خلية ومن قائمة "Formulas" اختر

3. **لحساب الوسط الحسابى :** - اختر AVERAGE ثم اضغط OK
   - حدد الخانات من A2 حتى A10 ثم اضغط OK
4. **لحساب الوسيط** كرر الخطوتين 2 ، 3 ولكن اختر MEDIAN
5. **لحساب المنوال** كرر الخطوتين 2 ، 3 ولكن اختر MODE



■ تقييم تكنولوجى

اكتب أعمار عشرة من زملائك بالسنوات، ثم احسب كلًا من الوسط الحسابى والوسيط والمنوال لهم باستخدام برنامج Excel.



تقييم الدرس

أولاً قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) إذا كان لمجموعة من البيانات : $\Sigma f = 10$ ، $\Sigma (f.X) = 40$ فما قيمة $\overline{X}$ ؟

(أ) 4 (ب) 30

(جـ) 50 (د) 400

(2) إذا كان لمجموعة من البيانات : $\Sigma (f.X) = 1500$ ، $\overline{X} = 20$ فما قيمة Σf ؟

(أ) 75 (ب) 150

(جـ) 3000 (د) 30000

(3) حصلت ساندى على الدرجات 18 , 17 , 16 , 15 , 18 فى خمسة اختبارات لمادة الرياضيات. إذا حذفت المعلمة الدرجة الصغرى فأى مما يأتى صحيح ؟

(أ) المتوسط يقل (ب) الوسيط يقل (جـ) المتوسط يزداد (د) الوسيط لم يتغير

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

(4) إذا كان الوسط الحسابى للأعداد $2n-2$, 2 , 14 , $n+3$, 16 هو 15.25، أوجد الوسيط لهذه الأعداد.

(5) يبين الجدول المقابل عدد الدقائق التى يقضيها مجموعة من الأشخاص فى المحادثات التليفونية.

احسب متوسط ما يقضيه الشخص فى المحادثة التليفونية.

عدد الدقائق	2	3	4	5	6
التكرار	12	20	36	20	12

ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(6) **إدارة أعمال :** يوضح الجدول المقابل مجموعة من رواتب الموظفين بالجنيه فى شركة ما. أكد صاحب الشركة أن متوسط رواتب الموظفين لديه هو 6500 جنيه. وضح لماذا يكون متوسط رواتب الموظفين مضللاً ويعطى انطباعًا أعلى مما هى عليه بالفعل لمعظم الموظفين.

رواتب الموظفين	
وظيفة (1)	25000
وظيفة (2)	4000
وظيفة (3)	3000
وظيفة (4)	2500
وظيفة (5)	2500
وظيفة (6)	2000

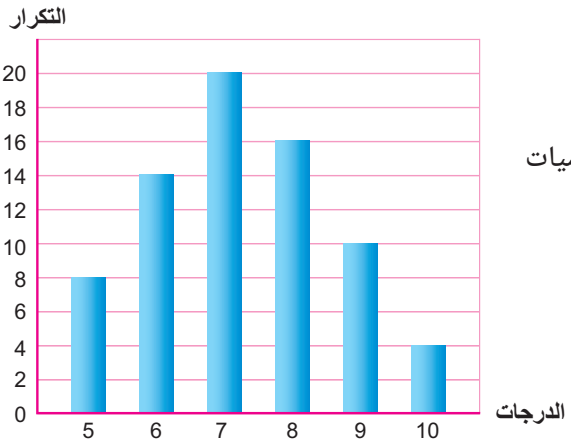
(7) **الاهتمام بالنشاط الرياضى :** سُئلت مجموعة من طلاب الصف الأول الإعدادى عن عدد ساعات ممارسة الرياضة فى الأسبوع وكانت الإجابات كما بالجدول المقابل.

احسب المتوسط الحسابى لعدد ساعات ممارسة الرياضة لهؤلاء الطلاب.

عدد الساعات	8	9	10	11	12
التكرار	6	8	14	8	4

(8) يوضح الشكل المقابل درجات 72 طالبًا فى امتحان مادة الرياضيات ممثلة بالأعمدة البيانية.

أوجد متوسط درجات الطلاب.



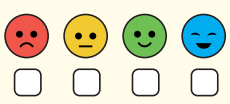
تفكير إبداعى

(9) **مسألة مفتوحة :** اكتب خمسة أعداد يكون وسطها الحسابى 11 ، والوسيط 12 ، والمنوال 14

(10) **تفكير ناقد :** إذا كان متوسط مجموعة مكونة من خمسة أعداد صحيحة موجبة مختلفة هو 13 وكان الوسيط هو 17 أوجد أقصى قيمة ممكنة لأكبر هذه الأعداد الصحيحة الخمسة.

قيّم فهمك!

ما مدى فهمك للوسط الحسابى؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس
3 - 3

القطاعات الدائرية
(Pie Charts)

■ **نواتج التعلم**

- تعرف مفهوم القطاعات الدائرية.
- تعرف كيفية تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية.

■ **المفردات**

- مخطط القطاعات الدائرية
Pie Charts
- قطاع دائرى
Circular Sector
- زاوية مركزية
Central Angle

■ **تحمل المسئولية**

انتخابات الفصل تُكسبك قيمة تحمل المسئولية واحترام الآخر من خلال المنافسة الشريفة.

استعد !

كوكب الأرض الذى نعيش عليه يُطلق عليه «الكوكب المائى» أو «الكوكب الأزرق» لأن المياه تغطى معظم مساحته.

حوالى 70% من مساحة كوكب الأرض تغطيها المياه، بينما 30% من مساحته يشغله اليابس.

هل يمكنك تمثيل هذه النسب بالقطاعات الدائرية لتوضيح العلاقة بين نسبة المياه ونسبة اليابس بالمساحة الكلية لكوكب الأرض ؟

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية، والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات.

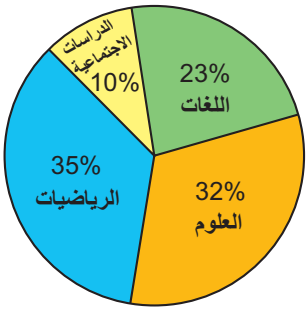
فكر وناقش !

يوضح مخطط القطاعات الدائرية المقابل نتائج استبيان المادة الدراسية المفضلة لمجموعة من طلاب المرحلة الإعدادية.

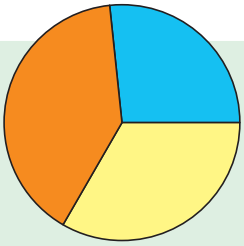
فكان 525 طالبًا يفضلون الرياضيات.

هل يمكنك توقع عدد الطلاب الذين شملهم الاستبيان ؟

وكم طالبًا منهم يفضلون الدراسات الاجتماعية ؟



تعلم !



مخطط القطاعات الدائرية هو دائرة مقسمة إلى قطاعات حسب نسبة التكرارات فى كل مجموعة من مجموعات التوزيع، وهو طريقة بيانية مبسطة لإظهار علاقة الأجزاء بالكل من خلال مقارنة مساحات الأجزاء بشكل مرئى.

لاحظ أن : مجموع النسب فى القطاعات الدائرية = 100%

مثال 1

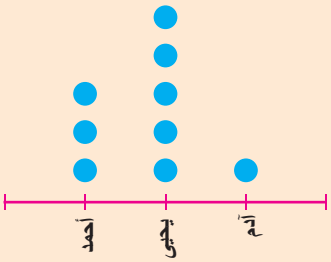
الربط بالانتخابات : يمثل الجدول المقابل عدد الأصوات التى حصل عليها كل من خالد وأنس وحمزة فى انتخابات الفصل.

استخدم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل هذه البيانات.

اسم الطالب	عدد الأصوات
خالد	8
أنس	12
حمزة	10

■ **تقييم ذاتى ①**

يمثل مخطط النقاط التالى إسهامات ثلاثة أصدقاء (بالألف جنيه) فى أحد المشروعات. مثل نصيب كل منهم فى المشروع مستخدمًا القطاعات الدائرية.



■ **أدوات هندسية**

◂ يُستخدم الفرجار والمنقلة لرسم الدائرة والقطاعات الدائرية.

■ **تقييم ذاتى ②**

رصد أحد الأسواق التجارية حركة البيع أثناء اليوم فكانت النتائج كالآتى :

مكونات السوق التجارى	النسبة
مواد غذائية	45 %
ألبان	35 %
عصائر ومشروبات	.....
حلويات	5 %

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

◂ احسب العدد الكلى للأصوات : $8 + 12 + 10 = 30$

◂ احسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل عدد أصوات كل مرشح :

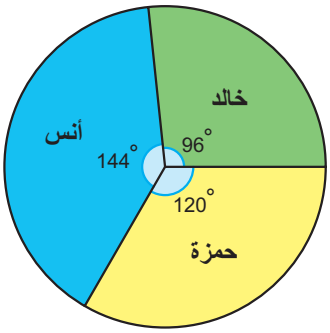
$$\text{قياس الزاوية المركزية} = \frac{\text{عدد أصوات كل مرشح}}{\text{العدد الكلى}} \times 360°$$

«خالد» $\frac{8}{30} \times 360° = 96°$

«أنس» $\frac{12}{30} \times 360° = 144°$

«حمزة» $\frac{10}{30} \times 360° = 120°$

◂ ارسم دائرة مناسبة، وارسم الزاوية المركزية التى تمثل عدد أصوات كل مرشح.



خطوات الرسم

- ارسم دائرة بالفرجار.
- ارسم نصف قطر فى الدائرة.
- ارسم زاوية مركزية قياسها 96° حيث يمثل هذا القطاع عدد أصوات خالد.
- استخدم نصف القطر الجديد لرسم زاوية مركزية قياسها 144° حيث يمثل هذا القطاع عدد أصوات أنس.
- الجزء المتبقى يمثل عدد أصوات حمزة حيث إنه قطاع دائرى قياس زاويته المركزية 120°

مثال 2

الربط بالرياضة : فى استبيان لمجموعة من الأشخاص عن الرياضة المفضلة لديهم، وكانت نتائج الاستبيان كما يلى :

الرياضة	كرة اليد	كرة السلة	كرة القدم	الكرة الطائرة
النسبة	15 %	25 %	45 %	.....

مثل نتائج الاستبيان بالقطاعات الدائرية.

◂ أوجد النسبة المئوية للكرة الطائرة :

$100\% - (45\% + 25\% + 15\%) = 15\%$

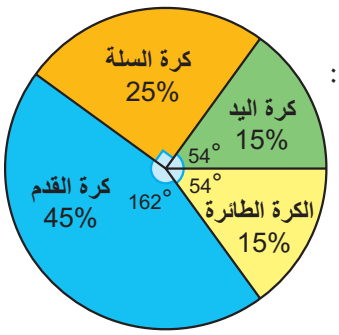
◂ احسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل كل رياضة :

«كرة اليد» $\frac{15}{100} \times 360° = 54°$

«كرة السلة» $\frac{25}{100} \times 360° = 90°$

«كرة القدم» $\frac{45}{100} \times 360° = 162°$

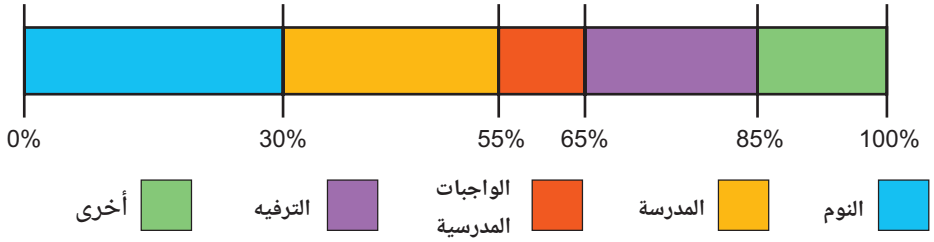
«الكرة الطائرة» $\frac{15}{100} \times 360° = 54°$



◂ ارسم دائرة مناسبة، وارسم الزاوية المركزية التى تمثل كل رياضة.

مثال 3

الربط بالحياة اليومية : يوضح الشكل الآتى كيف يقضى باسم ساعات يومه بالكامل :



ارسم مخطط القطاعات الدائرية الذى يعبر عن تلك الممارسات.

◂ من الشكل السابق استنتج الجدول التالى :

الممارسة	النوم	المدرسة	الواجبات المدرسية	الترفيه	أخرى
النسبة	30 %	25 %	10 %	20 %	15 %

◂ احسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل كل ممارسة :

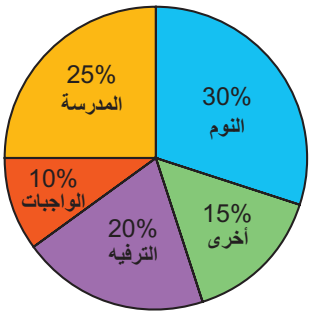
«النوم» $\frac{30}{100} \times 360° = 108°$

«المدرسة» $\frac{25}{100} \times 360° = 90°$

«الواجبات المدرسية» $\frac{10}{100} \times 360° = 36°$

«الترفيه» $\frac{20}{100} \times 360° = 72°$

«أخرى» $\frac{15}{100} \times 360° = 54°$



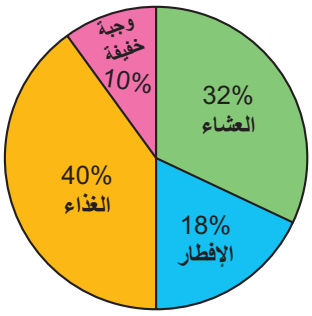
◂ ارسم دائرة مناسبة، وارسم الزاوية المركزية التى تمثل كل ممارسة.

مثال 4

الربط بالتغذية : يبين مخطط القطاعات الدائرية المقابل النسب المئوية للسعرات الحرارية التى تناولتها سالى خلال وجبات اليوم.

إذا تناولت سالى 2500 سعراً حرارياً فى اليوم، فما عدد السعرات الحرارية التى تناولتها على العشاء ؟

أوجد قياس الزاوية المركزية فى قطاع وجبة الإفطار.



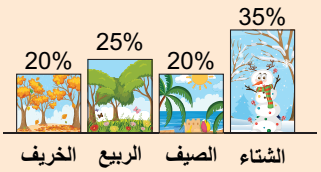
عدد سعرات وجبة العشاء $2500 \times 32\% = 2500 \times 0.32 = 800$

قياس الزاوية المركزية فى قطاع الإفطار $\frac{18}{100} \times 360° = 64.8° \approx 65°$

■ تقييم ذاتى ③

فى استبيان مجموعة من الأشخاص عن أى فصول السنة يفضلون.

كانت نتائج الاستبيان كما يلى :



• مثل نتائج الاستبيان بالقطاعات الدائرية.

■ معلومة إثرائية

معدل النوم الطبيعى للإنسان يتراوح بين 7 - 8 ساعات يوميًا. أى أن الإنسان يقضى نحو ثلث حياته فى النوم.

■ تقييم ذاتى ④

يمثل المخطط البيانى الآتى بث قناة تليفزيونية لمدة 10 ساعات لأحد الأيام.

• أوجد النسبة المئوية لعدد ساعات بث البرامج الترفيهية.

• أوجد قياس الزاوية المركزية فى قطاع البرامج الثقافية.

■ تقييم ذاتى ⑤

رصدت المعلمة درجات 30 طالبًا فـى امتحـان الفصل الدراسـى الأول وكانت النتائج كالآتى :

الدرجات	عدد الطلاب
1 –	6
9 –	16
17 –	8

مثـل هـذه النتائـج بالقطاعـات الدائرية.

مثال 5

الربط بالحياة الاجتماعية : يوضح الجدول التالى عدد أعضاء أحد الأندية من الأطفال والشباب حسب أعمارهم. مثل النتائج بالقطاعات الدائرية.

الفترات (الأعمار)	1 –	11 –	21 –	31 –
عدد الأعضاء (التكرار)	900	1200	2700	2400

حيث إن مجموع قياسات الزوايا المركزية فى الدائرة 360° ،

مجموع التكرارات = 900 + 1200 + 2700 + 2400 = 7200

، قياس الزاوية المركزية = $\frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360°$

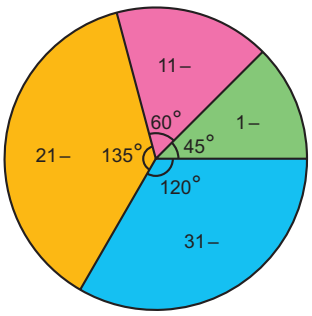
◂ احسب قياس الزاوية المركزية التى تمثل كل فترة.

«الفترة 1 –» $\frac{900}{7200} \times 360° = 45°$

«الفترة 11 –» $\frac{1200}{7200} \times 360° = 60°$

«الفترة 21 –» $\frac{2700}{7200} \times 360° = 135°$

«الفترة 31 –» $\frac{2400}{7200} \times 360° = 120°$



تكنولوچيا

استخدام برنامج Excel لرسم القطاعات الدائرية

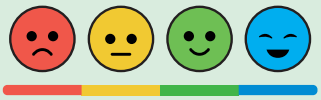
يوضح الجدول المقابل عدد ساعات المذاكرة الأسبوعية لكل مادة دراسية لأحد الطلاب. استخدم برنامج Excel لتمثيل هذا الجدول بالقطاعات الدائرية.

المادة الدراسية	عدد الساعات
اللغة العربية	9
الرياضيات	10
العلوم	6
الدراسات الاجتماعية	7
اللغة الإنجليزية	4

الخطوات :

1. أدخل بيانات الجدول فى عمودين وليكن عمود A وعمود B.
2. حدد العمودين ثم من قائمة Insert انقر Pie واختر من الشريط العلوى شكل القطاعات الدائرية الذى تريده.
3. اختر عنوان التمثيل الذى تريده.

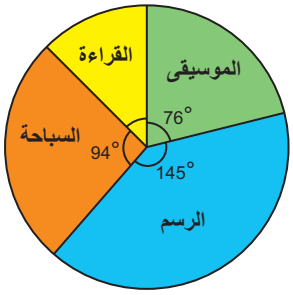
تقييم الدرس



أولاً قياس المفاهيم

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

فى استبيان شمل 2000 بنت عن هواية واحدة تفضلها كما هو موضح بمخطط القطاعات الدائرية المقابل.



(1) أى هواية تمارسها البنات أكثر من غيرها؟

(أ) الرسم (ب) الموسيقى

(جـ) السباحة (د) القراءة

(2) ما قياس الزاوية المركزية التى تقابل قطاع القراءة؟

(أ) 35° (ب) 45° (جـ) 86° (د) 104°

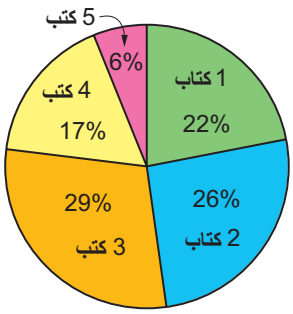
(3) ما الهواية التى تمارسها $\frac{1}{4}$ البنات تقريبًا؟

(أ) الرسم (ب) الموسيقى (جـ) السباحة (د) القراءة

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(4) يوضح مخطط القطاعات الدائرية المقابل عدد الكتب التى قرأها 300 طالب فى المدرسة، ما عدد الطلاب الذين قرأوا أقل من 4 كتب؟



(أ) 51 (ب) 77

(جـ) 231 (د) 282

(5) عند تمثيل الجدول المقابل بمخطط القطاعات الدائرية، فما قياس الزاوية المركزية التى تقابل قطاع القهوة ؟

نوع المشروب	القهوة	الشاى	العصائر
عدد الأشخاص	150	350	100

(أ) 45° (ب) 90°

(جـ) 120° (د) 150°

◂ **أجب عن الأسئلة التالية :**

(6) **رياضة :** فى إحدى مباريات التنس لوحظ أن أحد اللاعبين قد حقق 15 ضربة ساحقة، موزعة حسب الجدول المقابل.

المجموعات	الأولى	الثانية	الثالثة
عدد الضربات	7	3	5

ارسم مخطط القطاعات الدائرية الذى يمثل ذلك التوزيع.

(7) فى استبيان شمل مجموعة من طلاب الصف الأول الإعدادى حول لونهم المفضل، كانت النتائج بالجدول المقابل.

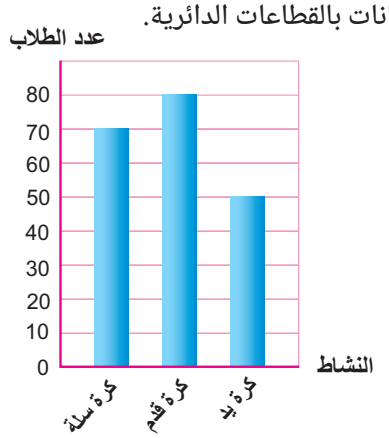
اللون المفضل	النسبة
الأحمر	25 %
الأزرق	30 %
الأخضر	10 %
الأصفر	35 %

ارسم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل هذا الجدول.

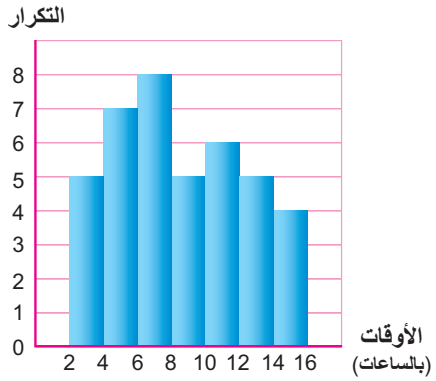
(8) توضح الأعمدة البيانية التالية توزيع الطلاب فى الأنشطة الصيفية حسب رغباتهم. أكمل الجدول التالى :

النشاط	كرة سلة	كرة قدم	كرة يد
النسب	..... %	..... %	..... %

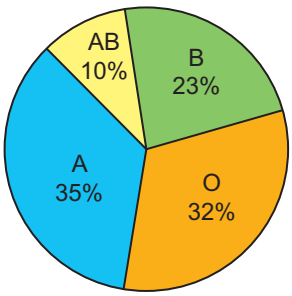
ثم مثل البيانات بالقطاعات الدائرية.



(9) يوضح المدرج التكرارى التالى الوقت المنقضى فى استخدام التليفون المحمول أسبوعيًا لـ 40 تلميذًا. مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.



ثالثًا التحليل وتكامل المواد

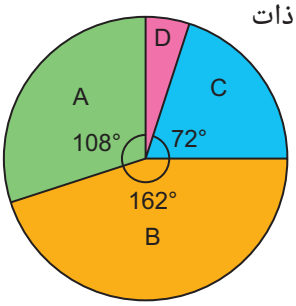


(10) **توزيع فصائل الدم :** يوضح مخطط القطاعات الدائرية المقابل توزيع فصائل الدم لمجموعة من الأشخاص، فكانت فصيلة الدم A لدى 2,800,000 شخص. فما عدد الأشخاص الذين شملهم الاستبيان؟ وكم منهم كانت فصيلة الدم AB؟

(11) **تسوق أونلاين :** تنمو مبيعات التجزئة عبر الإنترنت بسرعة كبيرة. فإذا كانت أعلى فئات مبيعات التجزئة عبر الإنترنت هى 50% للسفر. وكانت 20% للملابس والأحذية، 15% لأجهزة وبرامج الكمبيوتر، 10% للسيارات وقطع الغيار، 5% للمفروشات المنزلية. ارسم مخطط القطاعات الدائرية لتمثيل المبيعات عبر الإنترنت.

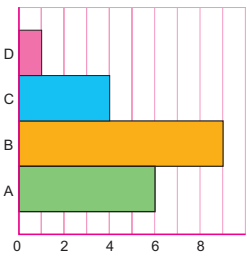
تفكير إبداعى

(12) مثل باستخدام القطاعات الدائرية توزيع ثلاثة أنواع مختلفة من الأقلام المبيعة فى مكتبة ذات العلامات التجارية x ، y ، z حيث $x : y : z = 3 : 5 : 10$



(13) مخطط القطاعات الدائرية المرسوم يُمثل أيًا من هذه التوزيعات ؟

(جـ)



(ب)

(أ)

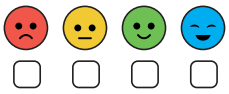
قيّم فهمك!

ما مدى فهمك للقطاعات الدائرية ؟
ضع علامة فى المربع المناسب

تقييم الوحدة الثالثة

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للوحدة الثالثة ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) إذا كان الوسط الحسابى للأعداد :

$x+1, 8, 2x+4, x-5, x+2$ هو 7

فما قيمة x ؟

(أ) 3 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 6

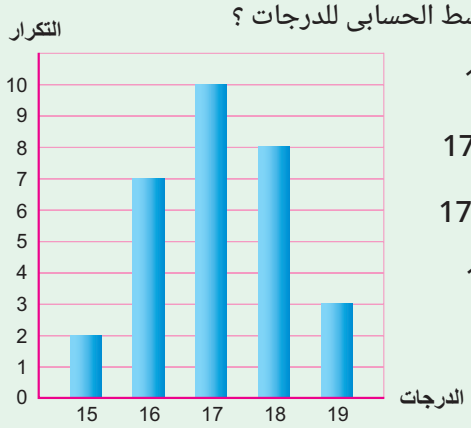
(2) إذا كان الوسط الحسابى لدرجات طالب فى خمسة امتحانات هى 94 درجة، وكانت درجاته فى أول أربعة امتحانات منها هى 91 , 94 , 92 , 97

فما درجته فى الامتحان الخامس ؟

(أ) 90 (ب) 93 (جـ) 96 (د) 98

(3) يوضح الشكل التالى درجات 30 طالبًا،

فما الوسط الحسابى للدرجات ؟



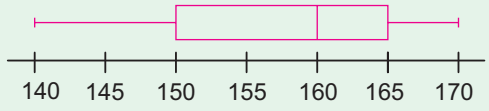
(أ) 17

(ب) 17.1

(جـ) 17.6

(د) 18

(4) يمثل الشكل التالى المخطط الصندوقى لأطوال 50 طالبًا بالسنتيمتر. كم يساوى الرُبيع الأول ؟



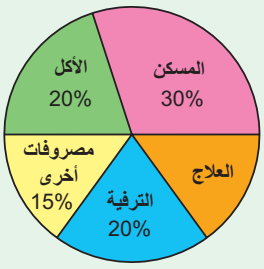
(أ) 140 سم (ب) 150 سم

(جـ) 160 سم (د) 165 سم

◂ أكمل كلًا مما يأتى بالإجابة الصحيحة :

(5) الوسط الحسابى لدرجات 10 تلاميذ هو 87 درجة، فإذا تمت إضافة درجتى تلميذين جديدين إلى هذه الدرجات زاد الوسط الحسابى إلى 89 درجة فإن الوسط الحسابى للتلميذين الجديدين يساوى .....

(6) يمثل الشكل المقابل القطاعات الدائرية لمصروفات أسرة دخلها الشهرى 10,000 جنيه فإن مقدار المصروفات الشهرية على العلاج يساوى ..... جنيه.



(7) إذا كان الوسط الحسابى لخمسة أعداد صحيحة هو 14، وكان الوسيط 15 والمنوال 11 ،

فإن أكبر هذه الأعداد هو .....

(8) يمثل الشكل المقابل درجات الحرارة المسجلة فى إحدى المدن خلال أسبوعين، فإن المدى لدرجات الحرارة يساوى .....

الساق	الأوراق
2	9
3	3 4 4 5 6 6 7 8 9
4	0 0 1 4

المفتاح | 9 | 2 تعنى 29 درجة

◂ أجب عن الأسئلة الآتية :

(9) يوضح الجدول المقابل كتل 30 طالبًا فى أحد الفصول (بالكيلو جرام).
أوجد الوسط الحسابى لكتل الطلاب.

الكتلة	44	46	47	49	50	51	52	53
التكرار	2	5	2	8	6	3	2	2

(10) إذا كان عدد زجاجات المياه المبيعة كل يوم خلال أسبوعين يعطى كالآتى :

6	42	36	33	12	17	21
19	34	45	27	25	14	18

مثل هذه البيانات بمخطط الساق والأوراق.

(11) إذا كانت درجات 40 تلميذًا فى امتحان مادة الرياضيات هى كالآتى :

7	11	31	30	51	8	12	50	32	43
49	22	48	9	39	28	17	44	18	41
26	34	25	52	35	13	42	40	27	39
34	41	37	42	24	55	23	38	59	39

مثل هذه البيانات بالمدرج التكرارى.

(12) إذا كانت الرياضة المفضلة لدى 80 طالبًا من طلاب الصف الأول الإعدادى موضحة فى الجدول المقابل :

الرياضة	كرة القدم	كرة اليد	التنس	السباحة
التكرار	48	8	8	16

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

نشاط الوحدة الثالثة

استكشاف القطاعات الدائرية فى حياتنا اليومية

◂ أهداف النشاط :

- تعزيز فهم الطلاب للقطاعات الدائرية من خلال الألعاب التعليمية.
- دعم مهارات الطلاب في جمع البيانات وتنظيمها.
- تعزيز مهارات التعاون والتنافس الإيجابي بين الطلاب.

◂ خطوات التنفيذ :

1. قسم الطلاب إلى فرق متنافسة (3-2 طلاب فى كل فريق) لتعزيز العمل الجماعى والتنافس الإيجابى.
2. على كل فريق البحث عن أمثلة للقطاعات الدائرية فى حياتنا اليومية (مثل شرائح البيتزا ، قطع الكعك ، الأطباق الدائرية ، ...).
3. يضع الفريق الأول عددًا من الأسئلة على المثال الذى تم اختياره، ويجب على طلاب الفريق الثانى الإجابة عن تلك الأسئلة فى وقت محدد، ثم تترجم تلك الإجابات إلى شكل باستخدام القطاعات الدائرية.
4. تتبادل الفرق الأدوار في تنفيذ الخطوتين 2 ، 3
5. الفائز هو الفريق الذى يحقق أكبر عدد من الإجابات الصحيحة فى أقل وقت والرسم الدقيق للقطاعات الدائرية.

الوحدة 4

الهندسة والقياس

دروس الوحدة

4-1 أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا
4-2 التوازى
4-3 المثلث
4-4 الأشكال الرباعية
4-5 المضلعات
4-6 الإحداثيات

تسعى هندسة الذكاء الاصطناعى إلى تحقيق تطوير كبير فى مجال الأنظمة التكنولوجية والروبوتات الذكية.

◀ فهل يمكن تطوير مجالات هندسة الذكاء الاصطناعى فى حل مشكلات عديدة مرتبطة بمجالات مختلفة فى حياتنا اليومية ؟

القضايا والمهارات الحياتية

- تكنولوجيا المعلومات
- العولمة
- الفهم الرياضى
- التفكير الإبداعى

القيم

- الدقة
- المثابرة
- المسئولية
- الاحترام

الدرس
1 - 4

أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا
(Types of Angles and Relations between Angles)

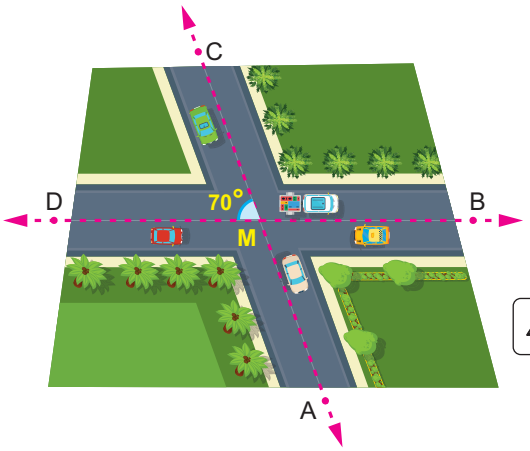
استعد !

تمتلك مصر مقومات ضخمة لتوليد الطاقة المتجددة النظيفة من الرياح، وتعتبر محطة توليد الكهرباء من طاقة الرياح بجبل الزيت جنوب رأس غارب من أكبر محطات العالم فى توليد الكهرباء.

فى الصورة المقابلة أحد توربينات توليد الكهرباء من الرياح. هل يمكنك تحديد قيمة x ؟

في هذا الدرس، سوف تتعلم أنواع الزوايا والعلاقات بينها، والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش !



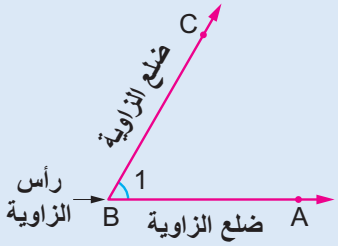
أمامك رسم يمثل طريقين متقاطعين فإذا كان قياس ∠ CMD يساوى 70° فهل يمكنك معرفة كل من قياسات الزوايا الثلاثة التالية ؟

∠ CMB ، ∠ AMB ، ∠ AMD

تعلم !

مفهوم الزاوية : **الزاوية هى اتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية.**

- نقطة بداية الشعاعين تسمى رأس الزاوية.
- كل من الشعاعين يسمى ضلع الزاوية.



مثال :

فى الشكل المقابل:

$\overrightarrow{BA} \cup \overrightarrow{BC} = \angle ABC$

وتُسمى ∠ ABC أو ∠ CBA أو ∠ B أو ∠ 1

وحدات قياس الزاوية :

وحدات قياس الزاوية هى الدرجة والدقيقة والثانية حيث :

– الدرجة تساوى 60 دقيقة ($1° = 60'$)

– الدقيقة تساوى 60 ثانية ($1' = 60''$)

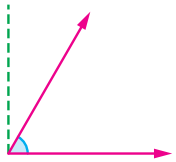
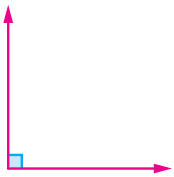
■ نواتج التعلم

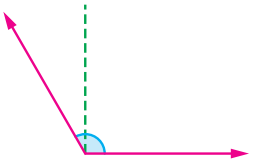
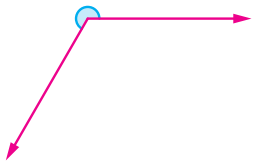
- تعرف مفهوم الزاوية ووحدات قياسها.
- تعرف أنواع الزوايا والتمييز بينها.
- تعرف الزاويتين المتجاورتين.
- تعرف الزاويتين المتتامتين.
- تعرف الزاويتين المتكاملتين.
- تعرف الزاويتين المتقابلتين بالرأس.
- تعرف مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة.
- تحدد أزواج الزوايا فى شكل هندسى والعلاقة بين كل زوج.
- توظف العلاقات بين أزواج الزوايا فى حل المشكلات.

■ المفردات

- زاوية مستقيمة
Straight Angle
- زاوية منعكسة
Reflex Angle
- زاويتان متجاورتان
Adjacent Angles
- زاويتان متتامتان
Complementary Angles
- زاويتان متكاملتان
Supplementary Angles
- زاويتان متقابلتان بالرأس
Vertically Opposite Angles
- زوايا متجمعة حول نقطة
Accumulative Angles at a Point

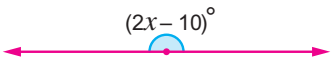
أنـواع الزوايـا

1 الزاوية الصفرية	2 الزاوية الحادة	3 الزاوية القائمة
		
زاوية قياسها $0°$ وينطبق ضلعاها	زاوية قياسها أكبر من $0°$ وأصغر من $90°$	زاوية قياسها $90°$

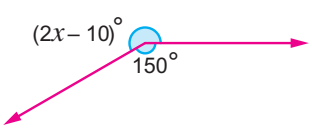
4 الزاوية المنفرجة	5 الزاوية المستقيمة	6 الزاوية المنعكسة
		
زاوية قياسها أكبر من $90°$ وأصغر من $180°$	زاوية قياسها $180°$ وضلعاها فى اتجاهين متضادين على استقامة واحدة	زاوية قياسها أكبر من $180°$ وأصغر من $360°$

مثال 1

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى :

1 

زاوية مستقيمة

2 

1 $2x - 10° = 180°$
$2x = 180° + 10°$
$2x = 190°$
$x = \frac{190°}{2}$
$x = 95°$

2 $2x - 10° = 360° - 150°$
$2x - 10° = 210°$
$2x = 210° + 10°$
$2x = 220°$
$x = \frac{220°}{2}$
$x = 110°$

■ التحقق ذاتياً من صحة الحل

فى مسألة 1 :
عوض عن قيمة x بـ $95°$

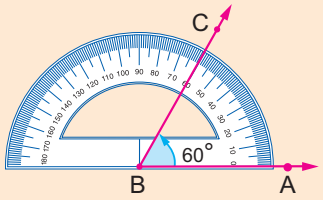
$2x - 10° = 2 \times 95° - 10° = 190° - 10° = 180°$

وهذا معناه أن الحل صحيح لأن الزاوية مستقيمة.

◂ هل يمكنك التحقق من صحة حل المسألة 2 ؟

■ أدوات هندسية

تستخدم المنقلة لقياس الزاوية.



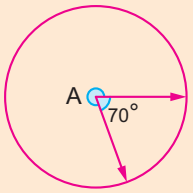
قياس $\angle ABC$ يساوى $60°$

◂ استخدم المنقلة فى قياس كل زاوية من الزوايا المجاورة.

◂ هل يمكنك استخدام المنقلة الموضحة فى قياس الزاوية المنعكسة؟

■ لاحظ أن

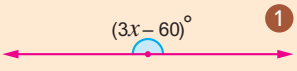
قياس الدائرة يساوى $360°$ ولذلك فإن مجموع قياس $\angle A$ وقياس $\angle A$ المنعكسة يساوى $360°$.



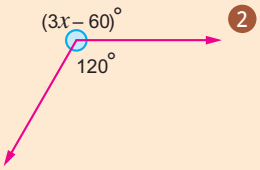
فإذا كان قياس $\angle A$ هو $70°$
فإن قياس $\angle A$ المنعكسة هو :
$360° - 70° = 290°$

■ تقييم ذاتى 1

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى :

1 

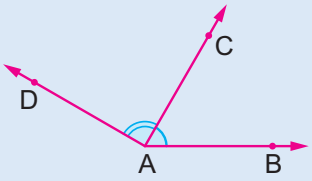
زاوية مستقيمة

2 

العلاقات بين الزوايا

1 الزاويتان المتجاورتان : هما زاويتان تقعان فى نفس المستوى، ولهما رأس مشترك وضلع مشترك، ويقع الضلعان الآخران فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك.

مثال :

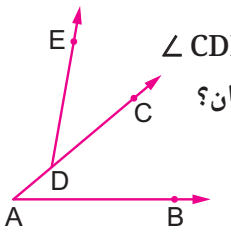


الزاويتان ∠ BAC ، ∠ CAD متجاورتان لأن :

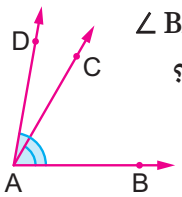
- لهما رأس مشترك A ، وضلع مشترك $\overrightarrow{AC}$.
- يقع الضلعان الآخران $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AD}$ فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك $\overrightarrow{AC}$

فكر مع زملائك

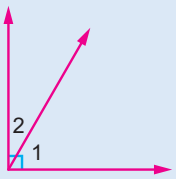
- هل ∠ BAC ، ∠ CDE زاويتان متجاورتان؟

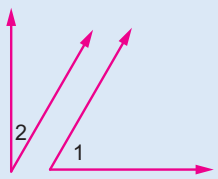


- هل ∠ BAD ، ∠ BAC زاويتان متجاورتان؟



2 الزاويتان المتتامتان : هما زاويتان مجموع قياسيهما 90°.





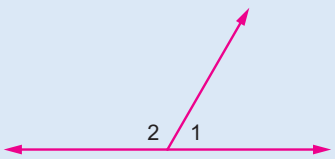
مثال :

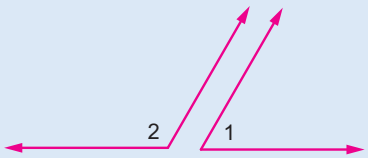
إذا كان : $m(\angle 1) = 60°$ ، $m(\angle 2) = 30°$

فإن : ∠ 1 ، ∠ 2 زاويتان متتامتان لأن :

$m(\angle 1) + m(\angle 2) = 60° + 30° = 90°$

3 الزاويتان المتكاملتان : هما زاويتان مجموع قياسيهما 180°.





مثال :

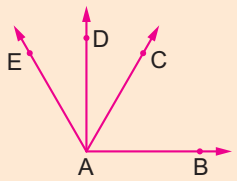
إذا كان : $m(\angle 1) = 60°$ ، $m(\angle 2) = 120°$

فإن : ∠ 1 ، ∠ 2 زاويتان متكاملتان لأن :

$m(\angle 1) + m(\angle 2) = 60° + 120° = 180°$

■ تفكير ناقد

اكتب جميع أزواج الزوايا المتجاورة فى الشكل التالى.



■ الترميز فى الرياضيات

يُرمز لقياس الزاوية بالرمز (m) فنعبر عن قياس زاوية ABC كالتالى : $m(\angle ABC)$

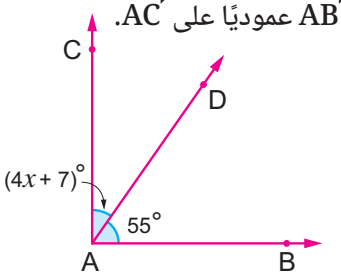
■ فكر

هل من الضرورى أن تشترك الزاويتان فى الرأس لكى يتم تصنيفهما على أنهما زاويتان متتامتان أو متكاملتان؟

مثال 2

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى :

1 إذا كان $\overrightarrow{AB}$ عموديًا على $\overrightarrow{AC}$.



1 الزاويتان تكوّنان زاوية قائمة

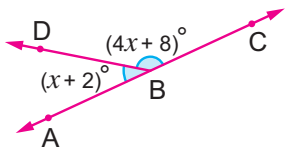
$55° + 4x + 7° = 90°$

$4x + 62° = 90°$

$4x = 90° - 62° = 28°$

$x = \frac{28°}{4} = 7°$

2 إذا كانت A ، B ، C على استقامة واحدة.



2 الزاويتان تكوّنان زاوية مستقيمة

$4x + 8° + x + 2° = 180°$

$5x + 10° = 180°$

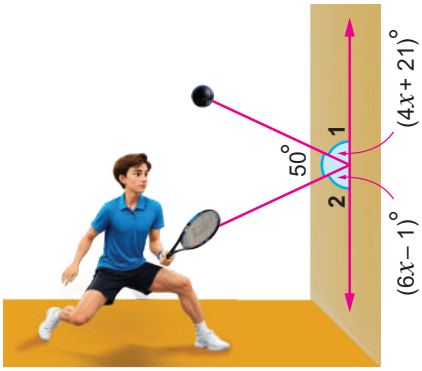
$5x = 180° - 10° = 170°$

$x = \frac{170°}{5} = 34°$

مثال 3

الربط بالرياضة : أثناء ممارسة أمجد للعبة الإسكواش ضرب الكرة فارتطمت بالحائط وارتدت عنه.

أوجد قيمة x ثم عوض لإيجاد :
$m(\angle 1)$ ، $m(\angle 2)$



$4x + 21° + 50° + 6x - 1° = 180°$

$10x + 70° = 180°$

$10x = 180° - 70° = 110°$

$x = \frac{110°}{10} = 11°$

$m(\angle 1) = 4x + 21° = 4 \times 11° + 21° = 44° + 21° = 65°$

$m(\angle 2) = 6x - 1° = 6 \times 11° - 1° = 66° - 1° = 65°$

■ هل تعلم

أبطال العالم من الرجال والنساء فى لعبة الإسكواش هم أبطال مصريون.

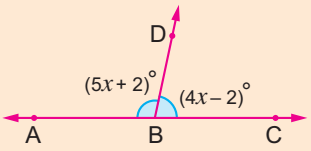
الزاويتان المتجاورتان المتتامتان والمتكاملتان :

1 إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متتامتين، فإن الضلعين المتطرفين لهما يكونان متعامدين.

2 إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين، فإن الضلعين المتطرفين لهما يكونان على استقامة واحدة.

■ تقييم ذاتى ②

إذا كانت النقط A ، B ، C على استقامة واحدة ، فأوجد قيمة x.

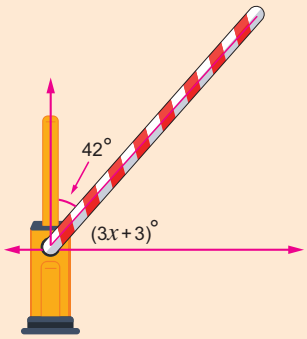


■ لاحظ أن

الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع نقطة بدايته على هذا المستقيم متكاملتان.

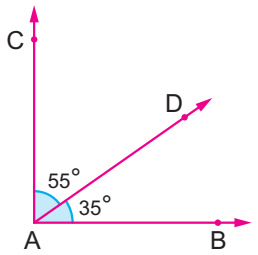
■ تقييم ذاتى ③

يتحرك ذراع بوابة العبور بزاوية قياسها 42° من الوضع الرأسى. **ما قياس الزاوية التى يجب أن يتحرك بها الذراع حتى يصبح أفقيًا؟**
وما قيمة x؟



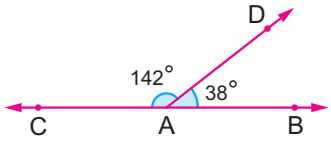
مثال 4

1



هل $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ ؟ اذكر السبب.

2



هل $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ على استقامة واحدة ؟ اذكر السبب.

1) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$

لأن :

$m(\angle BAD) + m(\angle DAC) = 90°$

2) $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ على استقامة واحدة

لأن :

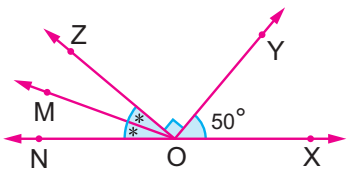
$m(\angle BAD) + m(\angle DAC) = 180°$

مثال 5

فى الشكل المقابل :

$O \in \overleftrightarrow{XN}$ ، إذا كان $\overrightarrow{OM}$ ينصف $\angle NOZ$

فأوجد $m(\angle MOX)$



$m(\angle NOZ) + 90° + 50° = 180°$

$m(\angle NOZ) = 180° - 90° - 50° = 40°$

$m(\angle NOM) = m(\angle MOZ) = \frac{40°}{2} = 20°$

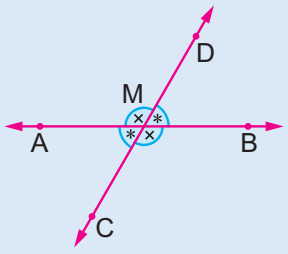
$m(\angle MOX) = 20° + 90° + 50° = 160°$

منصف الزاوية

هو الشعاع الذى يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين (متساويتين فى القياس).

4 الزاويتان المتقابلتان بالرأس :

الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورتين ناتجتان من تقاطع مستقيمين.



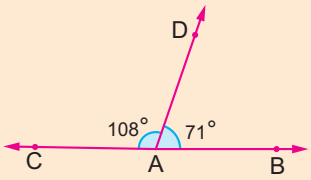
مثال :

- الزاويتان $\angle AMC$ ، $\angle BMD$ متقابلتان بالرأس.
- الزاويتان $\angle AMD$ ، $\angle BMC$ متقابلتان بالرأس.

الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان (متساويتان فى القياس).

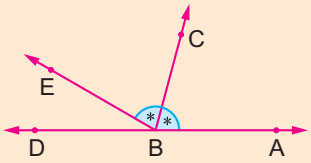
أى أن : $m(\angle AMD) = m(\angle BMC)$ ، $m(\angle AMC) = m(\angle BMD)$

■ تقييم ذاتى 4



هل $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ على استقامة واحدة ؟ وضح السبب.

■ تقييم ذاتى 5



إذا كانت $B \in \overleftrightarrow{AD}$

وكان $\overrightarrow{BC}$ ينصف $\angle ABE$ ،

$m(\angle EBA) = 150°$

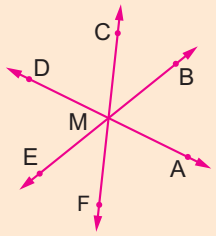
فما قياس $\angle DBC$ ؟

(أ) 150°　　(ب) 105°

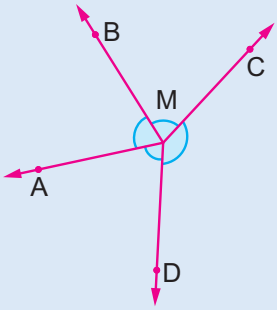
(جـ) 75°　　(د) 30°

■ تفكير ناقد

فى الشكل ثلاثة خطوط مستقيمة متقاطعة فى نقطة. اكتب جميع أزواج الزوايا المتقابلة بالرأس.



5 الزوايا المتجمعة حول نقطة :



مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى 360°.

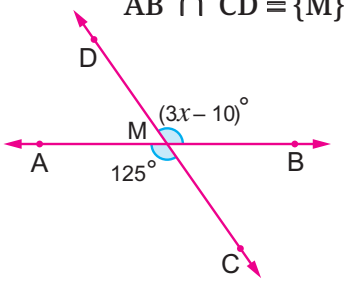
مثال :

$$m(\angle AMB) + m(\angle BMC) + m(\angle CMD) + m(\angle DMA) = 360°$$

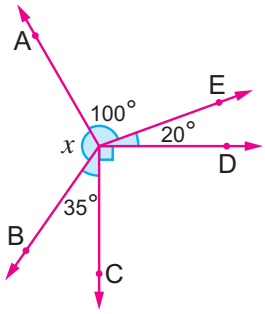
مثال 6

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى :

1 $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$



2



1 $3x - 10° = 125°$

$3x = 125° + 10° = 135°$

$x = \frac{135°}{3} = 45°$

2 $x + 100° + 20° + 90° + 35° = 360°$

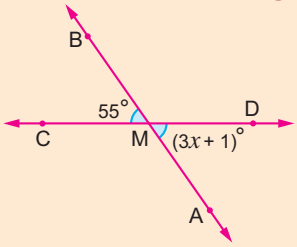
$x + 245° = 360°$

$x = 360° - 245° = 115°$

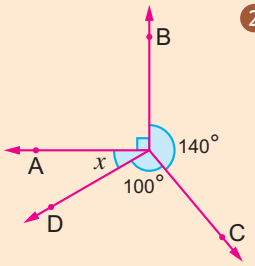
■ تقييم ذاتى 6

أوجد قيمة x فى كل مما يأتى :

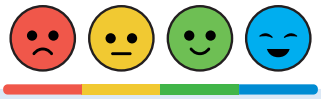
1 $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$



2



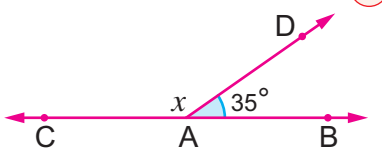
تقييم الدرس



أولاً قياس المفاهيم

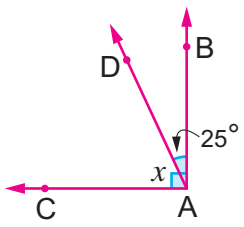
◂ أوجد قيمة x فى كل من الأشكال التالية :

1

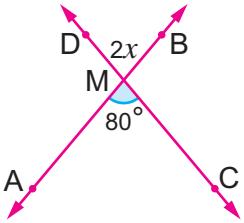


$A \in \overleftrightarrow{BC}$

2



3



$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

④ ما نوع الزاوية المُكملة لزاوية حادة؟

(أ) حادة (ب) منفرجة

(جـ) مستقيمة (د) منعكسة

⑤ ما نوع الزاوية المُتممة لزاوية قائمة؟

(أ) حادة (ب) منفرجة

(جـ) صفرية (د) مستقيمة

⑥ إذا كانت الزاويتان A ، B متتامتين وكان $m(\angle A) = 40°$ فما قياس $\angle B$؟

(أ) 40° (ب) 50°

(جـ) 90° (د) 140°

⑦ ما قياس الزاوية التى تكمل الزاوية التى قياسها $34° 60'$؟

(أ) 55° (ب) 56°

(جـ) 145° (د) 146°

◂ **ناقش :**

⑧ طُرح على مريم وساندى السؤال التالى :

ما قياس إحدى زاويتين متتامتين الفرق بين قياسيهما 12°؟

أى الطالبتين حلها صواب؟

واشرح لماذا الناتج مختلف.

حل مريم :

$x + (x - 12°) = 90°$

$2x - 12° = 90°$

$2x = 90° + 12° = 102°$

$x = \frac{102°}{2} = 51°$

حل ساندى :

$(90° - x) - x = 12°$

$90° - 2x = 12°$

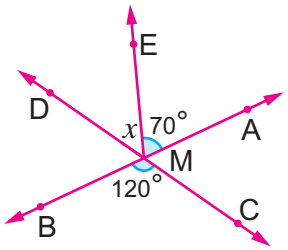
$2x = 90° - 12° = 78°$

$x = \frac{78°}{2} = 39°$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

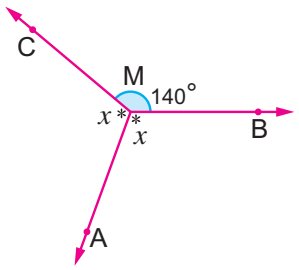
◂ **أوجد قيمة x فى كل مما يأتى :**

⑨

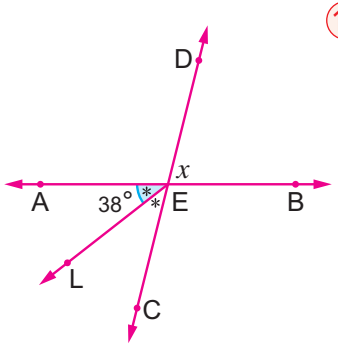


$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

⑩

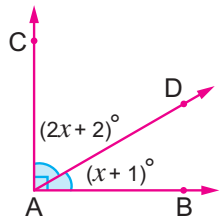


⑪

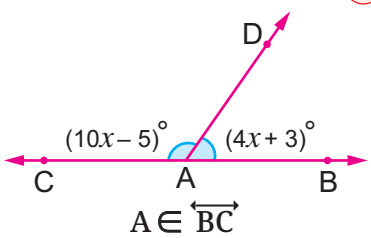


$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{E\}$

⑫

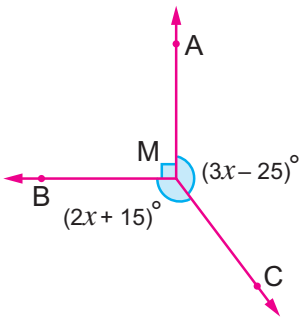


⑬

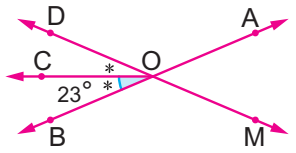


$A \in \overleftrightarrow{BC}$

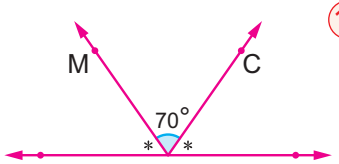
⑭



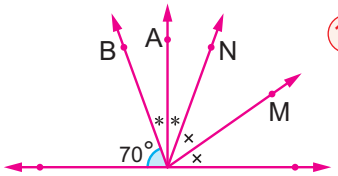
◂ فى كل مما يأتى : أوجد m (∠ AOM)

15


$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{DM} = \{O\}$

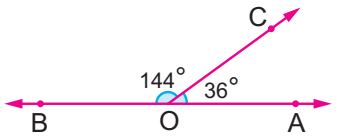
16


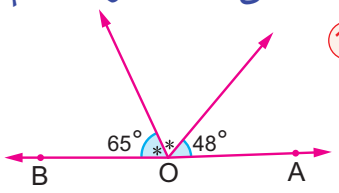
$O \in \overleftrightarrow{AB}$

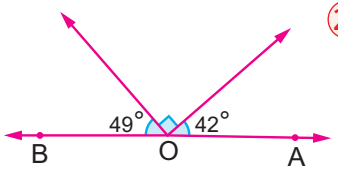
17


$O \in \overleftrightarrow{CD}$

◂ فى كل من الأشكال الآتية، هل $\overrightarrow{OA}$ ، $\overrightarrow{OB}$ على استقامة واحدة أم لا ؟ ولماذا ؟

18


19


20


ثالثًا التحليل وتكامل المواد

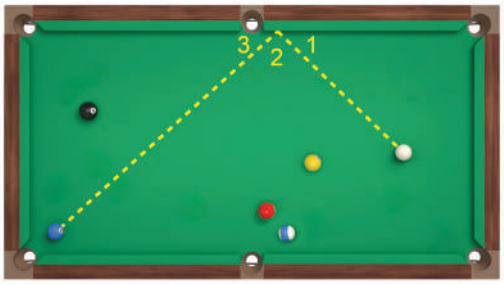
◂ أجب عما يأتى :

21 زاويتان متقابلتان بالرأس قياس إحداهما $(2x)°$ وقياس الأخرى $(x + 28)°$ أوجد قياس إحداهما.

22 زاويتان متتامتان النسبة بين قياسيهما 5 : 7 أوجد قياس الزاوية الصغرى.

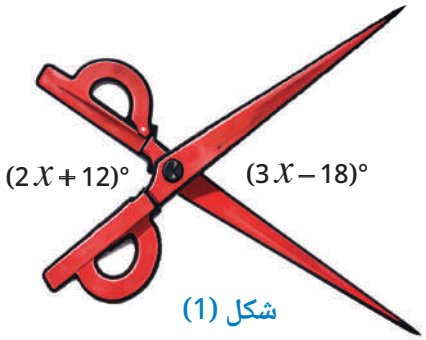
23 ألعاب رياضية :

أمامك طاولة بلياردو، إذا كان قياس ∠1 يساوى قياس ∠3 ،
وقياس ∠1 يساوى 43° فأوجد قياس ∠2.

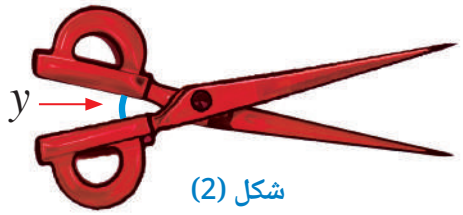


تفكير إبداعى

24 تفكير ناقد : إذا كان قياسا الزاويتين بين ذراعى المقص هما $(3x - 18)°$ ، $(2x + 12)°$ كما فى شكل (1)
وتم تقليل قياس الزاوية بين ذراعى المقص بمقدار $(x + 16)°$ كما فى شكل (2) أوجد قيمة y



شكل (1)



شكل (2)

25 زاويتان متكاملتان، مجموع قياسيهما أكبر بمقدار 74° من الفرق بين قياسيهما.
فما قياسا الزاويتين ؟

(أ) 106° ، 74° (ب) 74° ، 16°
(جـ) 53° ، 37° (د) 143° ، 37°

قيم فهمك!

ما مدى فهمك لأنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا؟
ضع علامة فى المربع المناسب

الدرس
4 - 2

التـــوازى
(Parallelism)

■ نواتـج التعلم

- تعرف مفهوم التوازى.
- تعرف الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين.
- تعرف الزاويتين المتناظرتين.
- تعرف الزاويتين المتبادلتين.
- تعـرف الزاويتيـن الداخليتين وفى جهة واحدة من القاطع.
- تعـرف العلاقـة بيـن الزوايـا الناتجـة مـن قطـع مسـتقيم لمستقيمين متوازيين.
- تثبت أن مستقيمين متوازيان.
- تكتسـب مهارة كتابة البرهان فى الهندسة.

■ المفـردات

- التوازى Parallelism
- زوايا متناظرة Corresponding Angles
- زوايا متبادلة Alternating Angles
- زوايا داخلية Interior Angles
- القاطع Transversal

■ الترميز فى الرياضيات

- نرمز لتعامد مستقيمين بالرمز $\perp$ فنكتب $m \perp n$ وتعنى المستقيم m عمودى على المستقيم n
- ونرمز لتوازى مستقيمين بالرمز // فنكتب $p \parallel q$ وتعنـى المسـتقيم p يـوازى المستقيم q

استعد !

تسـتخدم الخطوط المتوازية فـى التصميمات الهندسـية والمعماريـة والزخرفية وفى إنشـاء الطرق والكبارى.

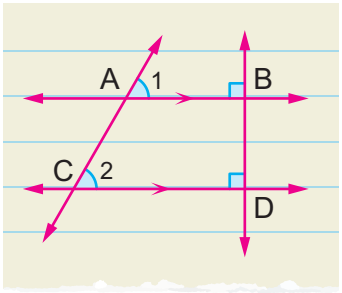
أمامـك إحـدى الصـور لأحـد أماكـن انتظـار السـيارات تم تخطيطه برسم عدد من الخطوط المتوازيـة والمتقاطعـة. إذا كان قيـاس إحدى الزوايا الناتجة من تقاطع خطين 65°

فهل يمكنك إيجاد زوايا أخرى لها نفس القياس ؟

وهل يمكنك إيجاد زوايا أخرى قياسها 115° ؟

فى هذا الدرس، سوف تتعرف العلاقات بين الزوايا التى تنتج من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين، والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش !

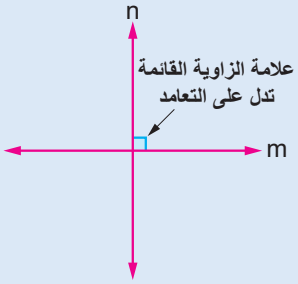


رسـم إبراهيـم مسـتقيمين متوازييـن $\overleftrightarrow{CD}$ و $\overleftrightarrow{AB}$، ثم رسـم مسـتقيمًا $\overleftrightarrow{BD}$ عموديًا على أحدهما، فاكتشف أنـه عمودى علـى الآخر أيضًا. إذا رسـم مسـتقيمًا مائلًا $\overleftrightarrow{AC}$ يقطع المستقيمين، هل: $m(\angle 2) = m(\angle 1)$ ؟

تعلـم !

المستقيمان المتعامدان

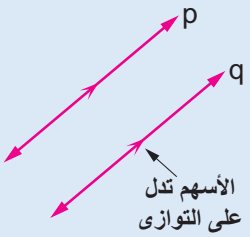
المسـتقيمان المتعامـدان همـا مسـتقيمان ينتج من تقاطعهما 4 زوايا قائمة.



$m \perp n$

المستقيمان المتوازيان

المسـتقيمان المتوازيـان هما مسـتقيمان لا يتقاطعان أبدًا.



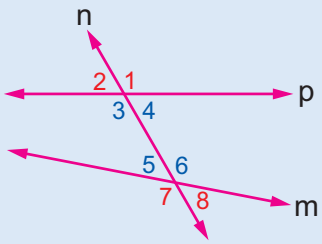
$p \parallel q$

القاطع

القاطع هو مستقيم يتقاطع مع مستقيمين أو أكثر.

وإذا قطع مستقيم مستقيمين فإنه ينتج من ذلك ثمانى زوايا :

- أربع زوايا منها تُسمى **زوايا داخلية**، وهى التى بين المستقيمين.
- والأربع زوايا الأخرى تسمى **زوايا خارجة** وهى التى تقع خارج المستقيمين.



المستقيم n يقطع المستقيمين p ، m

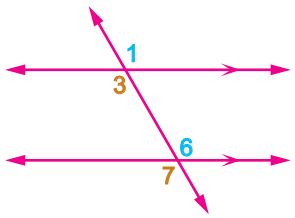
- ∠ 3 ، ∠ 4 ، ∠ 5 ، ∠ 6 زوايا داخلية.
- ∠ 1 ، ∠ 2 ، ∠ 7 ، ∠ 8 زوايا خارجة.

■ نشاط فردى

ارسم على ورقة مُسطَّرة خطين متوازيين، ثم ارسم قاطعًا لهما. حـدد الزوايا الداخليـة والزوايا الخارجية.

العلاقات بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين

1 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين متساويتان فى القياس.

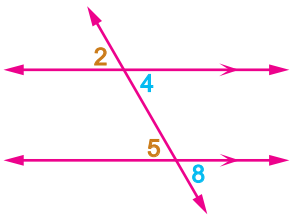


∠ 1 ، ∠ 6 متناظرتان

∠ 3 ، ∠ 7 متناظرتان

$m(\angle 1) = m(\angle 6)$

$m(\angle 3) = m(\angle 7)$



∠ 2 ، ∠ 5 متناظرتان

∠ 4 ، ∠ 8 متناظرتان

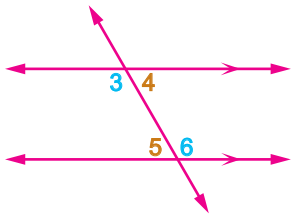
$m(\angle 2) = m(\angle 5)$

$m(\angle 4) = m(\angle 8)$

■ الزاويتان المتناظرتان

هما الزاويتان الواقعتان فى جهة واحدة من القاطع، إحداهما خارجية والأخرى داخلية وغير متجاورتين.

2 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتان فى القياس.

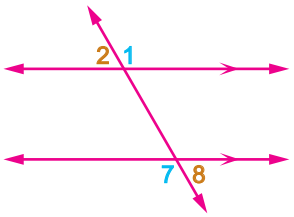


∠ 3 ، ∠ 6 متبادلتان داخليًا

∠ 4 ، ∠ 5 متبادلتان داخليًا

$m(\angle 3) = m(\angle 6)$

$m(\angle 4) = m(\angle 5)$



∠ 1 ، ∠ 7 متبادلتان خارجيًا

∠ 2 ، ∠ 8 متبادلتان خارجيًا

$m(\angle 1) = m(\angle 7)$

$m(\angle 2) = m(\angle 8)$

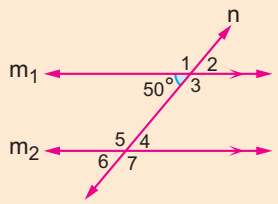
■ الزاويتان المتبادلتان

هما الزاويتان الداخليتان أو الزاويتان الخارجيتان الواقعتان فى جهتين مختلفتين من القاطع وغير متجاورتين.

■ **نشاط عملى**

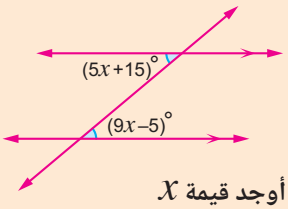
استخدم المنقلة لقياس كل من الزوايا الثمانية الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين، وتأكد بنفسك من صحة العلاقات بين أزواج الزوايا.

■ **تقييم ذاتى ①**



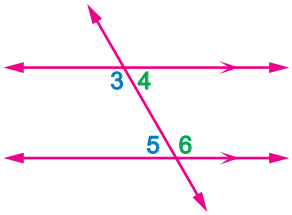
أوجد قياسات الزوايا المرقمة فى الشكل مع توضيح السبب.

■ **تقييم ذاتى ②**



أوجد قيمة x وتحقق بنفسك من صحة الحل.

3 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخليتين وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان.



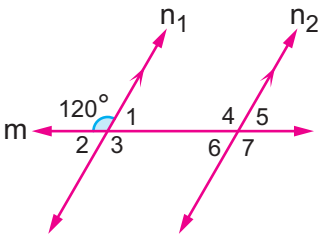
∠ 3 ، ∠ 5 داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع

∠ 4 ، ∠ 6 داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع

$$m(\angle 3) + m(\angle 5) = 180^\circ$$
$$m(\angle 4) + m(\angle 6) = 180^\circ$$

مثال 1

توجد فى الشكل المقابل ثلاث زوايا قياسها 120°.
حدد هذه الزوايا مع توضيح السبب إذا كان $n_1 // n_2$ والمستقيم m قاطع لهما.



$m(\angle 3) = 120^\circ$ (بالتقابل بالرأس)

$m(\angle 4) = 120^\circ$ (بالتناظر)

$m(\angle 7) = 120^\circ$ (بالتبادل خارجياً)

أى أن الثلاث زوايا هى : ∠ 3 ، ∠ 4 ، ∠ 7

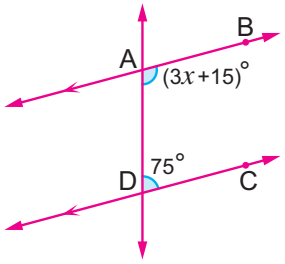
■ **فكر**

حاول بنفسك حل المثال بطرق مختلفة.

مثال 2

فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{DC}$ فما قيمة x ؟



$\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{DC}$ ، الزاويتان ∠ BAD ، ∠ ADC داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع لذلك:

$$m(\angle BAD) + m(\angle ADC) = 180^\circ$$
$$3x + 15^\circ + 75^\circ = 180^\circ$$
$$3x + 90^\circ = 180^\circ$$
$$3x = 180^\circ - 90^\circ$$
$$3x = 90^\circ$$
$$x = \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ$$

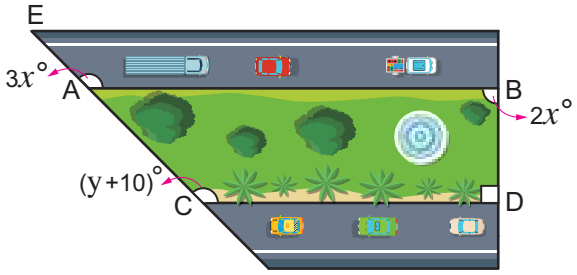
■ **التحقق من صحة الحل**

عوض عن قيمة x بـ 30° فى المقدار $(3x + 15)^\circ$

$$3x + 15^\circ = 3 \times 30^\circ + 15^\circ$$
$$= 90^\circ + 15^\circ$$
$$= 105^\circ$$
$$m(\angle BAD) + m(\angle ADC)$$
$$= 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$$

الحل صحيح لأنهما زاويتان متكاملتان.

مثال 3



يمثل الشكل المقابل حديقة بين طريقين متوازيين.
أوجد قيمة كل من x ، y

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

$\angle ABD$ ، $\angle CDB$ زاويتان متكاملتان لأنهما داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع.

$$2x + 90° = 180°$$
$$2x = 180° - 90° = 90°$$
$$x = \frac{90°}{2} = 45°$$

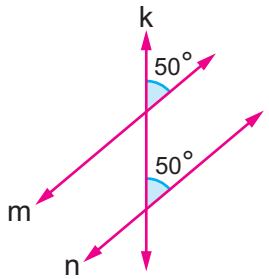
$\angle ACD$ ، $\angle BAE$ زاويتان متساويتان فى القياس لأنهما متناظرتان.

$$(y + 10)° = 3x$$
$$y + 10° = 3 \times 45° = 135°$$
$$y = 135° - 10° = 125°$$

إثبات توازى مستقيمين

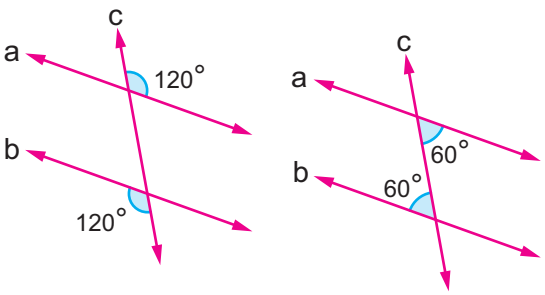
يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات التالية :

1 زاويتان متناظرتان متساويتان فى القياس



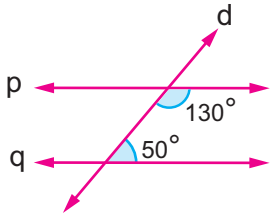
المستقيم m // المستقيم n
لوجود زاويتين متناظرتين
متساويتين فى القياس

2 زاويتان متبادلتان متساويتان فى القياس



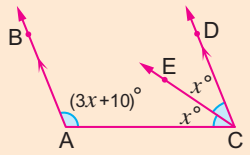
المستقيم a // المستقيم b
لوجود زاويتين متبادلتان
متساويتين فى القياس

3 زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان



المستقيم p // المستقيم q
لوجود زاويتين داخليتين متكاملتين
وفى جهة واحدة من القاطع d

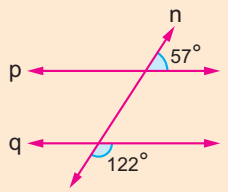
■ تقييم ذاتى ③

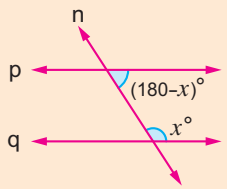


أوجد قيمة x

■ فكر

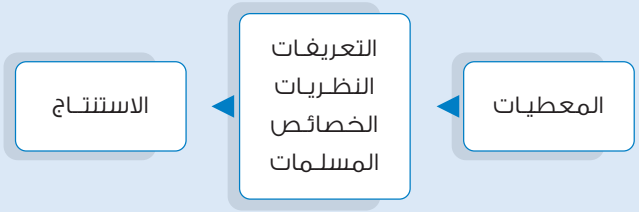
فى كل مما يأتى :
هل p // q أم لا ؟ ولماذا ؟

1


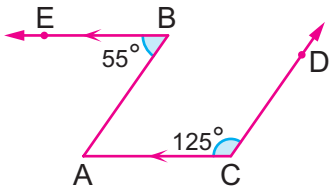
2


كيف تكتب البرهان فى الهندسة؟

عندما تريد كتابة برهان هندسى، تقوم بكتابة سلسلة من الخطوات المنطقية التى تنتقل من المعطيات إلى الاستنتاج للبرهنة على صحة ما تريد إثباته.



مثال 4



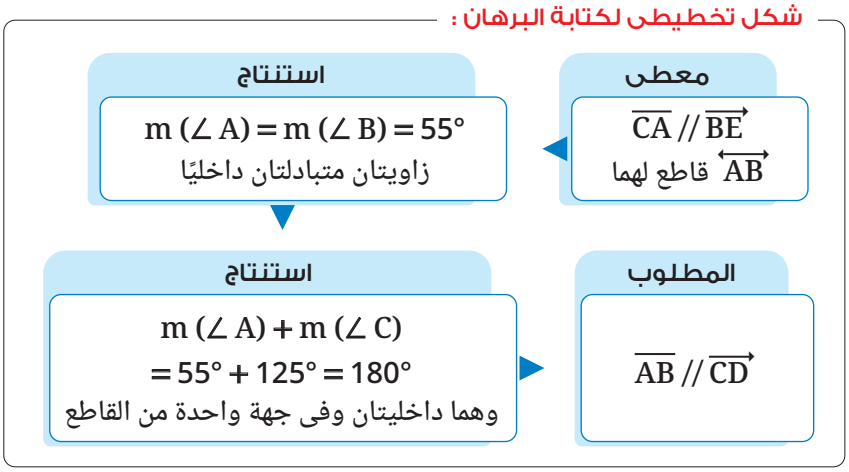
فى الشكل المقابل :

$\overline{CA} // \overrightarrow{BE}$

$m(\angle B) = 55°$ ، $m(\angle C) = 125°$

أثبت أن : $\overline{AB} // \overrightarrow{CD}$

شكل تخطيطى لكتابة البرهان :



المعطيات : $\overline{CA} // \overrightarrow{BE}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ قاطع لهما.

المطلوب : إثبات أن $\overline{AB} // \overrightarrow{CD}$

البرهان :

∵ $\overline{CA} // \overrightarrow{BE}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ قاطع لهما.

∴ $m(\angle A) = m(\angle B) = 55°$

زاويتان متبادلتان داخليًا.

∵ $m(\angle A) + m(\angle C) = 55° + 125° = 180°$

وهما زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع

∴ $\overline{AB} // \overrightarrow{CD}$ (وهو المطلوب إثباته)

■ إرشاد

عند كتابة البرهان فى الهندسة من المهم كتابة سبب منطقى لكل خطوة.

■ خطوات كتابة البرهان الهندسى

1. اقرأ المسألة بعناية.
2. حدد المعطيات.
3. حدد المطلوب.
4. فكر فى خطة البرهان، وقد يكون هناك عدة طرق للحل.
5. استخدم خطتك فى كتابة البرهان.
6. تحقق من إجابتك.
7. إذا لم تكن إجابتك صحيحة، ابدأ من جديد، ويمكنك اختيار طريقة أخرى.

■ تقييم ذاتى ④

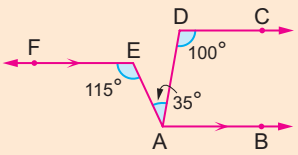
فى الشكل التالى :

$\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$

$m(\angle D) = 100°$

$m(\angle E) = 115°$

$m(\angle DAE) = 35°$



أثبت أن : $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{DC}$

◂ **فكر :** هل $\overleftrightarrow{DC} // \overleftrightarrow{EF}$ ؟

■ الترميز فى الرياضيات

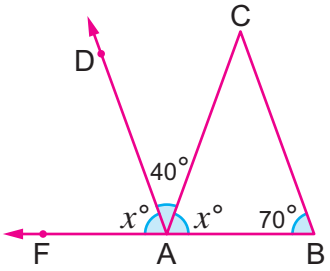
◂ يستخدم الرمز (∵)

اختصارًا لكلمة "بما أن" ويوضع عادةً قبل معلومة معطاة أو حقيقة أو نظرية.

◂ يستخدم الرمز (∴)

اختصارًا لكلمة "إذن" ويوضع قبل جملة رياضية مستنتجة.

مثال 5



فى الشكل المقابل : $F \in \overleftarrow{BA}$

$m(\angle CAD) = 40°$ ، $m(\angle B) = 70°$

أثبت أن : $\overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC}$.

∵ $\angle BAF$ زاوية مستقيمة.

$\therefore m(\angle BAF) = 180°$

$\therefore 2x + 40° = 180°$

$\therefore 2x = 180° - 40° = 140°$

$\therefore x = \frac{140°}{2} = 70°$

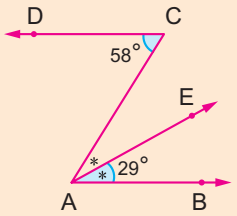
$\therefore m(\angle FAD) = 70°$

$\therefore m(\angle FAD) = m(\angle B)$

وهما زاويتان فى وضع تناظر.

$\therefore \overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC}$

■ تقييم ذاتى (5)



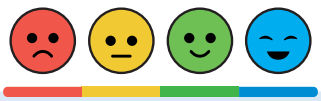
أثبت أن : $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$

■ لاحظ أن

مـن الممكـن تحديـد المعطيـات والمطلوب فى المسألة أثناء قراءتها دون الحاجـة إلـى كتابتهمـا مـرة أخرى عند كتابة الحل للمسألة.

نشاط تعاونى

تعاون مع أحد زملائك بالفصل واستخدم برنامج GeoGebra وارسم متوازى أضلاع.
استخدم ما تعلمته فى استنتاج العلاقة بين قياسات زواياه.

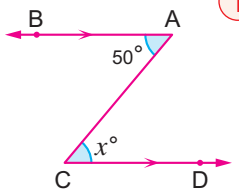


تقييم الدرس

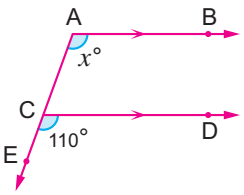
أولاً قياس المفاهيم

◂ أوجد قيمة x فى كل من الأشكال الآتية :

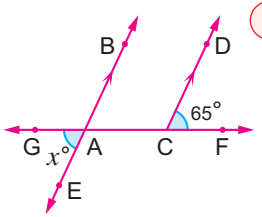
(1)



(2)

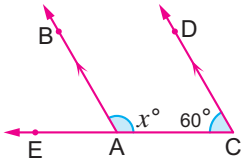


(3)



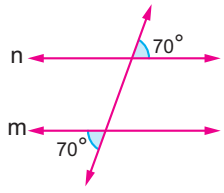
$\overleftarrow{FG} \cap \overleftarrow{BE} = \{A\}$

(4)

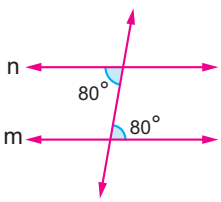


◂ فى كل من الشكلين الآتيين أثبت أن $m // n$:

(5)



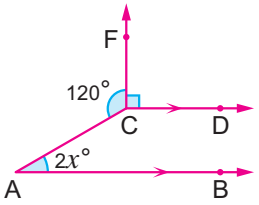
(6)



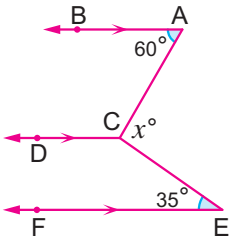
ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ أوجد بالبرهان قيمة x فى كل من الأشكال التالية :

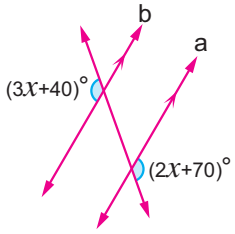
⑦



⑧



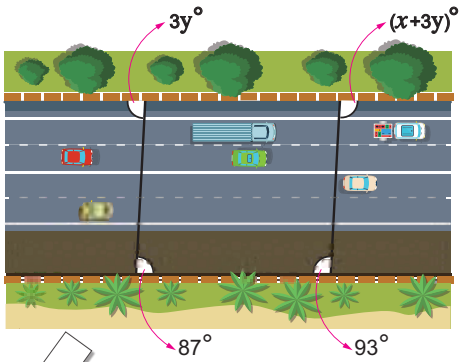
⑨



ثالثًا التحليل وتكامل المواد

⑩ **تأمين الطرق :**

يمثل الشكل المقابل طريقًا للمشاة بجانب طريق للسيارات، فما قيمة x ؟



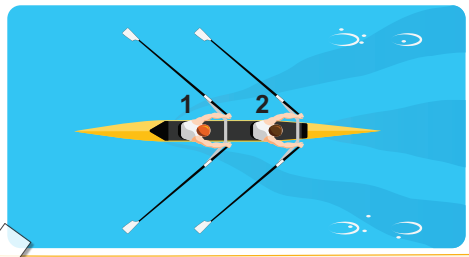
تأكد من عبور الطريق من الحارات المخصصة للمشاة لتجنب الحوادث

⑪ **رياضة :** تجرى بعض سباقات التجديف فى نهر النيل.

فإذا كان فى لحظة معينة

$m(\angle 1) = (2x - 6)°$ ، $m(\angle 2) = (3x - 29)°$ ،

فهل عند $x = 23°$ يكون المجدافان بالجانب الأيسر متوازيين أم لا ؟



فى رياضة التجديف يجب أن تحافظ على توازى المجاديف فى كل جانب أثناء السباق للحصول على الأداء الأمثل.

تفكير إبداعى

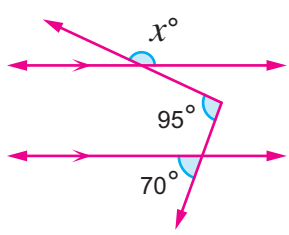
⑫ **تفكير ناقد :** قام مصطفى بإنشاء نمط لفتح شاشة تليفونه المحمول كما بالشكل الموضح، فما العلاقة بين x ، y ، z ؟

أ) $x = y + z$ ب) $y = x + z$

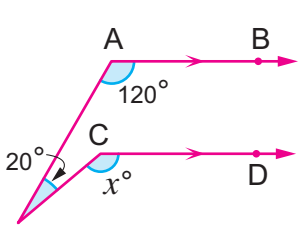
جـ) $z = x + y$ د) $x + y + z = 360°$

◂ أوجد قيمة x فى كل من الشكلين الآتيين :

⑬

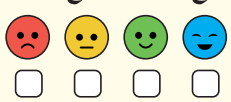


⑭



قيّم فهمك!

ما مدى فهمك للتوازى ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس
4 - 3

المثلث
(Triangle)

■ نواتج التعلم

- تستنتج مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة.
- تعرف مفهوم الزاوية الخارجة عن المثلث.
- تستنتج العلاقه بين الزاوية الخارجة عن المثلث وزواياه الداخلة.
- تعرف مفهوم متباينة المثلث.

■ المفردات

- الزاوية الداخلة
Interior Angle
- الزاوية الخارجة
Exterior Angle
- متباينة المثلث
Triangle Inequality

■ معلومة سابقة

تصنف المثلثات بالنسبة لقياسات زواياها إلى :

- حاد الزوايا (به 3 زوايا حادة).
- قائم الزاوية (به زاوية قائمة).
- منفرج الزاوية (به زاوية منفرجة).

استعد !

تستخدم المثلثات فى إنشاء الكثير من المشروعات وبناء المنازل وأشرعة المراكب وغيرها،

بيِّن كيف يمكنك حساب قيمة x الموجودة فى الشكل المقابل.

فى هذا الدرس، سوف تتعلم بعض خواص المثلثات، والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

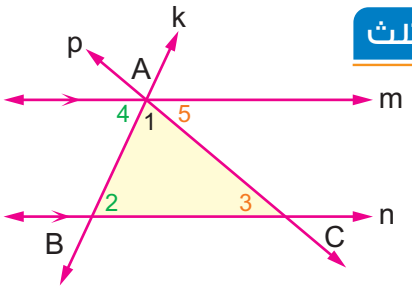
فكر وناقش !

إذا كان لديك أربع قطع من الخشب أطوالها 30 سم ، 20 سم ، 15 سم ، 5 سم.
فأى ثلاث منها يمكنك أن تستخدمها لعمل مثلث؟

جرّب بنفسك عمليًا جميع الاحتمالات الممكنة.

تعلم !

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث



المستقيمان m ، n متوازيان

والمستقيم k يقطعهما فى A ، B

والمستقيم p يقطعهما فى A ، C

$\angle 4$ ، $\angle 1$ ، $\angle 5$ يكوِّنون زاوية مستقيمة

$\therefore m(\angle 4) + m(\angle 1) + m(\angle 5) = 180°$

$\because m(\angle 4) = m(\angle 2)$ زاويتان متبادلتان

$\because m(\angle 5) = m(\angle 3)$ زاويتان متبادلتان

$\therefore \boxed{m(\angle 2) + m(\angle 1) + m(\angle 3) = 180°}$

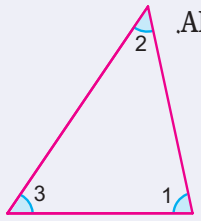
قاعدة :

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأى مثلث يساوى 180°.

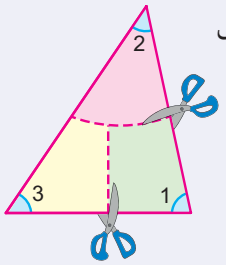
نشاط تعاونى

تعاون مع أحد زملائك بالفصل وقُم بالخطوات التالية :

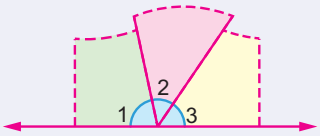
1 ارسم المثلث ABC.



2 قُص المثلث إلى ثلاثة أجزاء.



3 أعد ترتيب زوايا المثلث بحيث تكون متجاورة.

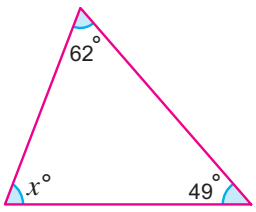


- ما نوع الزاوية التى تكونت من الزوايا الثلاث فى الخطوة رقم 3 ؟
- هل يمكنك استنتاج قاعدة توضح مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث؟

مثال 1

أوجد قيمة المتغير فى كل مما يأتى :

1

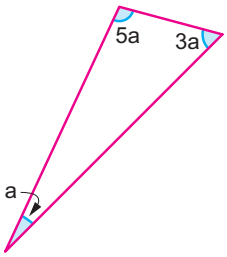


$62° + 49° + x = 180°$

$x = 180° - 111°$

$x = 69°$

2



$5a + 3a + a = 180°$

$9a = 180°$

$a = \frac{180°}{9} = 20°$

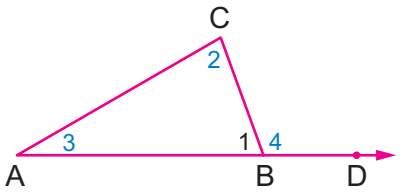
فكر : كيف يمكنك التحقق من صحة الحل ؟

الزاوية الخارجة للمثلث

إذا كان ABC مثلثًا ، $D \in \overrightarrow{AB}$ ، $D \notin \overline{AB}$

فإن ∠ 4 تسمى زاوية خارجة للمثلث ABC

∠ 1 ، ∠ 2 ، ∠ 3 زوايا داخلة للمثلث.



(1) $m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle 3) = 180°$

∠ 1 ، ∠ 4 تكوّنان زاوية مستقيمة.

(2) $m(\angle 1) + m(\angle 4) = 180°$

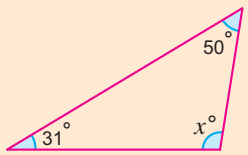
من (1) ، (2) تستنتج أن : $m(\angle 4) = m(\angle 2) + m(\angle 3)$

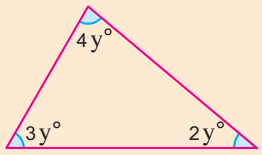
قاعدة :

قياس الزاوية الخارجة لأى مثلث يساوى مجموع قياسى الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها.

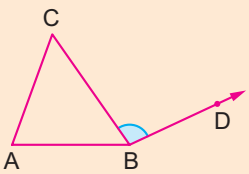
تقييم ذاتى 1

أوجد قيمة المتغير فى كل مما يأتى :





فكر

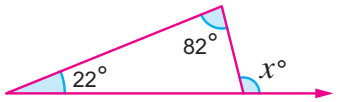


هل ∠ CBD زاوية خارجة للمثلث ABC؟ ولماذا؟

مثال 2

أوجد قيمة المتغير فى كل مما يأتى :

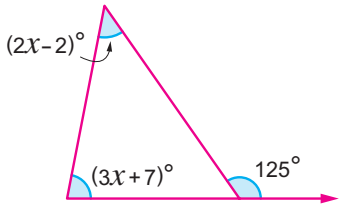
1



$x = 82° + 22°$

$x = 104°$

2



$2x - 2° + 3x + 7° = 125°$

$5x + 5° = 125°$

$5x = 120°$

$x = 24°$

◂ **فكر :** كيف يمكنك التحقق من صحة الحل ؟

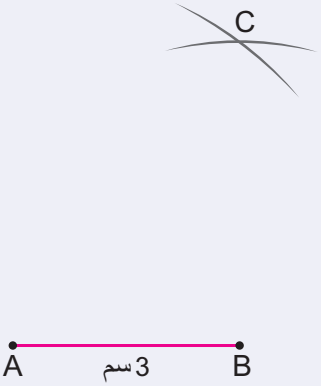
متباينة المثلث

نشاط عملى

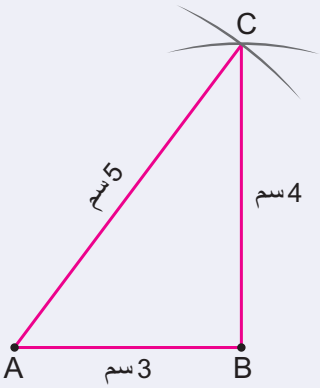
ارسم مثلثًا أطوال أضلاعه 3 سم ، 4 سم ، 5 سم باستخدام المسطرة والفرجار.

1 استخدم المسطرة وارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 3 سم.

2 افتح الفرجار فتحة طولها 4 سم. اركز فى نقطة B وارسم قوسًا، ثم افتح الفرجار فتحة طولها 5 سم، واركز فى نقطة A وارسم قوسًا يقطع القوس الأول فى C



3 ارسم $\overline{AC}$ ، $\overline{BC}$ لتحصل على المثلث ABC الذى أطوال أضلاعه 3 سم ، 4 سم ، 5 سم.



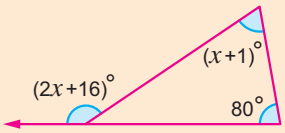
◂ حاول رسم مثلث أطوال أضلاعه 7 سم ، 5 سم ، 5 سم. **هل يمكنك رسم المثلث ؟ ناقش.**

◂ حاول رسم مثلث أطوال أضلاعه 8 سم ، 4 سم ، 3 سم. **هل يمكنك رسم المثلث ؟ ناقش.**

◂ حاول رسم مثلث أطوال أضلاعه 6 سم ، 4 سم ، 2 سم. **هل يمكنك رسم المثلث ؟ ناقش.**

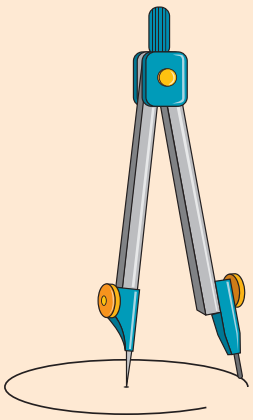
■ تقييم ذاتى ②

أوجد قيمة x



■ أدوات هندسية

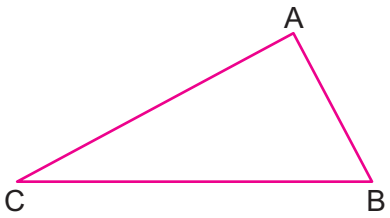
◂ الفرجار أداة هندسية تستخدم فى رسم الدائرة ويمكن استخدامها فى تحديد الأبعاد على الرسم الهندسى.



◂ استخدم المنقلة فى قياس زوايا المثلث الذى رسمته وحدد نوعه بالنسبة لقياسات زواياه.

متباينة المثلث

مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.



$$AB + BC > AC$$
$$AB + AC > BC$$
$$AC + BC > AB$$

مثال 3

هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه :

1) 10 سم ، 6 سم ، 5 سم
2) 8 سم ، 4 سم ، 4 سم
3) 12 سم ، 3 سم ، 6 سم

قارن بين مجموع أصغر طولين وطول الضلع الثالث

1	2	3
$5 + 6 = 11$	$4 + 4 = 8$	$6 + 3 = 9$
$11 > 10$	$8 = 8$	$9 < 12$
يمكن رسم المثلث	لا يمكن رسم المثلث	لا يمكن رسم المثلث

ملاحظة :

طول أى ضلع فى المثلث أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأقل من مجموعهما.

مثال 4

إذا كان طولا ضلعين فى مثلث هما 5 سم ، 2 سم

ما هو أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث ؟

طول الضلع الثالث أكبر من الفرق بين 5 سم ، 2 سم، وأقل من مجموع 5 سم ، 2 سم.

أى أن : طول الضلع الثالث أكبر من 3 سم وأقل من 7 سم.

وحيث إن طول الضلع المطلوب عدد صحيح، فإن طول الضلع الثالث يمكن أن يكون : 4 سم أو 5 سم أو 6 سم

وبالتالى أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث هو 6

■ تذكر

تصنف المثلثات بالنسبة لأطوال أضلاعها كالتالى :

- مثلث مختلف الأضلاع.
- مثلث متساوى الساقين.
- مثلث متساوى الأضلاع.

■ تقييم ذاتى ③

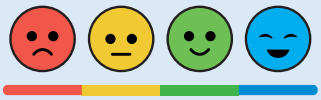
أى من الأطوال التالية تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلث ؟ ولماذا ؟

1) 9 سم ، 5 سم ، 4 سم
2) 7 سم ، 6 سم ، 5 سم
3) 10 م ، 5 م ، 2 م

■ تقييم ذاتى ④

مثلث ABC فيه طول $\overline{AB}$ هو 5 سم وطول $\overline{BC}$ هو 7 سم ما أصغر قيمة صحيحة يمكن أن يأخذها طول $\overline{AC}$ ؟

تقييم الدرس



أولاً قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1) إذا كان مجموع قياسى زاويتين فى مثلث يساوى 130°، فما قياس الزاوية الثالثة؟

(أ) 20° (ب) 30° (جـ) 50° (د) 60°

2) إذا كان قياسا زاويتين فى مثلث هما 30° ، 70°، فأى مما يلى لا يمكن أن يكون قياسًا لزاوية من الزوايا الخارجة عن هذا المثلث؟

(أ) 150° (ب) 130° (جـ) 110° (د) 100°

3) أى الأعداد الآتية لا تصلح أن تكون أطوالًا لأضلاع مثلث؟

(أ) 4 سم ، 7 سم ، 7 سم (ب) 3 سم ، 4 سم ، 7 سم

(جـ) 7 سم ، 7 سم ، 7 سم (د) 9 سم ، 7 سم ، 5 سم

4) مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه 3 سم ، 7 سم، فما طول الضلع الثالث؟

(أ) 3 سم (ب) 4 سم (جـ) 5 سم (د) 7 سم

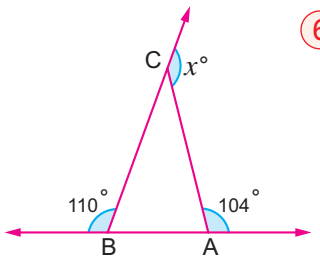
5) إذا كان ABC مثلثًا مختلف الأضلاع فيه طول $\overline{AC}$ هو 3 سم ، وطول $\overline{BC}$ هو 5 سم ، فكم عدد صحيح يمكن أن يكون طول $\overline{AB}$؟

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

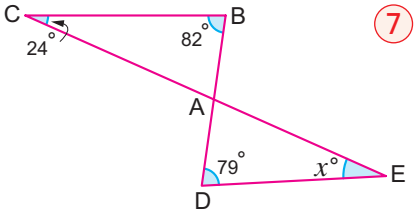
ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ أوجد بالبرهان قيمة x فى كل مما يأتى :

6)

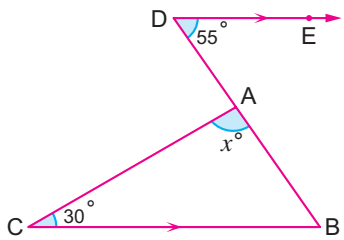


7)



$\overline{BD} \cap \overline{CE} = \{A\}$

8)



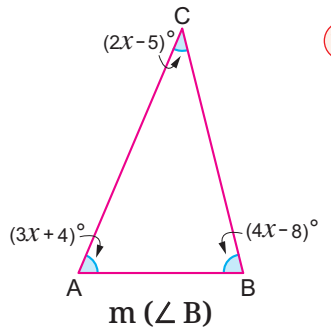
9) أمامك سلك طوله 48 سم ، ثنى طرفا هذا السلك من عند نقطتين عليه ليشكل مثلثًا.

أى من الأطوال الآتية يتم ثنيه ليشكل مع الجزء المتبقى مثلثًا ؟

(أ) 12 سم ، 16 سم (ب) 12 سم ، 12 سم

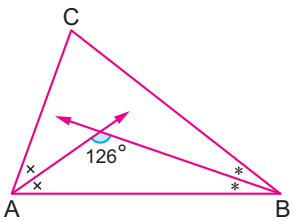
◂ أوجد بالبرهان قيمة ما هو مطلوب أسفل كل شكل :

10)



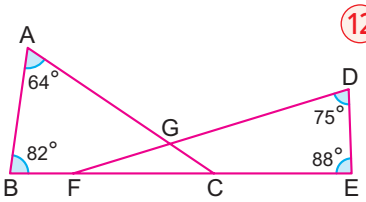
m (∠ B)

11)



m (∠ C)

12)

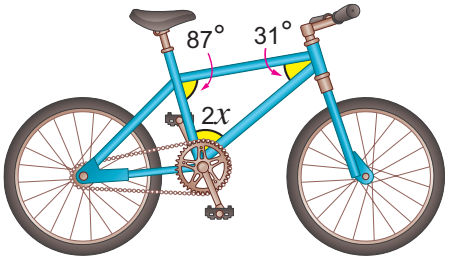


m (∠ FGC)

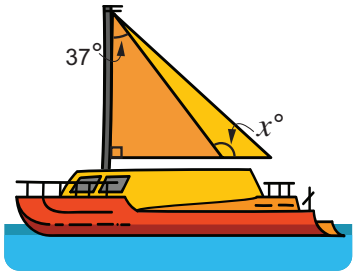
ثالثًا التحليل وتكامل المواد

◂ أوجد قيمة x فى كل مما يأتى :

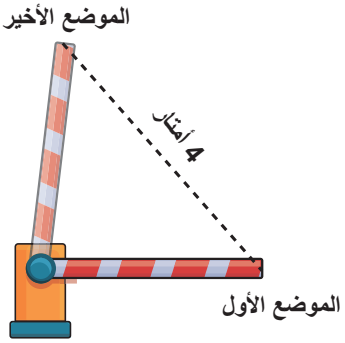
(13)



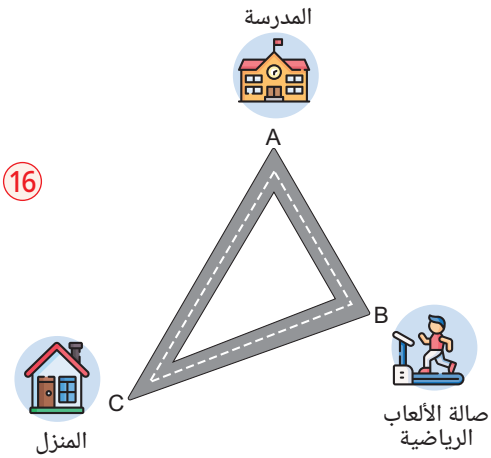
(14)



(15) **حساب ذهنى :** عند فتح حاجز السيارات عند مدخل موقف السيارات بزاوية قياسها أقل من 90° ، تقاس المسافة بين الموضع الأول والموضع الأخير لنقطة نهايته بـ 4 أمتار.
ما أصغر عدد صحيح يعبر عن طول الحاجز ؟



(16) **طرق :** يستيقظ محمد مبكرًا للذهاب إلى مدرسته التى تبعد عن منزله 300 متر، وبعد انتهاء اليوم الدراسى يتجه محمد إلى صالة الألعاب الرياضية التى تبعد عن المدرسة 197 مترًا ، ثم يغادرها بعد الانتهاء من تدريباته ويعود إلى منزله كما هو موضح بالشكل. ما أقل عدد صحيح للمسافة التى يقطعها محمد بالأمتار من خروجه من منزله حتى عودته إليه ؟

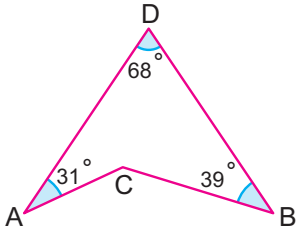


تفكير إبداعى

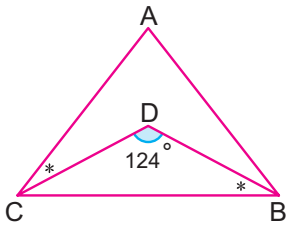
(17) **تفكير ناقد :** إذا كان ABC مثلثًا فيه طول $\overline{BC}$ يساوى 9 سم، أوجد أصغر قيمة صحيحة لمحيط المثلث ABC.

◂ فى كل من الشكلين التاليين أوجد بالبرهان : $m(\angle ACB)$

(18)

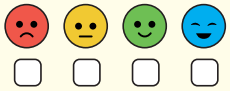


(19)



قيم فهمك!

ما مدى فهمك للمثلث ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس
4 - 4

الأشكال الرباعية
(Quadrilaterals)

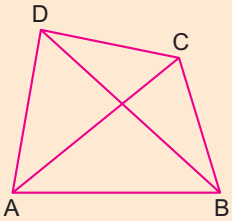
■ **نواتج التعلم**

- تعرف مفهوم الشكل الرباعى.
- تستنتج مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى.
- تميز بين الأشكال الخاصة من الشكل الرباعى.
- تحدد العلاقة بين عائلة الأشكال الرباعية.

■ **المفردات**

- الشكل الرباعى Quadrilateral
- شبه منحرف Trapezium
- متوازى أضلاع Parallelogram
- مستطيل Rectangle
- معين Rhombus
- مربع Square

■ **لاحظ أن**



قطر الشكل الرباعى هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتاليين.

لذلك الشكل الرباعى ABCD له قطران هما $\overline{AC}$, $\overline{BD}$

استعد !

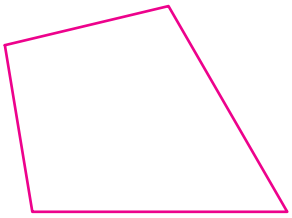
تنتشر فى أنحاء العالم المبانى ذات التصميم الهندسى المميز.

الصورة التى أمامك لأحد المبانى أحد أوجهه على شكل متوازى أضلاع قياس إحدى زواياه 25°

هل تستطيع معرفة قياسات زواياه الثلاثة الأخرى؟

فى هذا الدرس، سوف تتعرف على الشكل الرباعى، وبعض الأشكال الرباعية الخاصة وخواصها، والتى ستمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

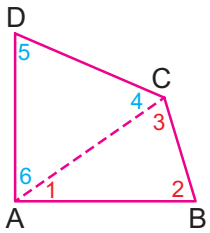
فكر وناقش !



- استخدم المنقلة وقِس كل زاوية من زوايا الشكل الرباعى الذى أمامك،
  ما مجموع قياسات الزوايا الأربعة ؟
- ارسم قطرًا من أحد رؤوس الشكل إلى الرأس المقابل له.
  ما اسم الشكلين اللذين انقسم إليهما الشكل الرباعى ؟
- هل تستطيع استخدام مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى ؟

تعلم !

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى



فى الشكل المقابل :

ABCD شكل رباعى رُسم فيه القطر $\overline{AC}$ ، فانقسم الشكل الرباعى إلى مثلثين.

$m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle 3) = 180°$ (1)

$m(\angle 4) + m(\angle 5) + m(\angle 6) = 180°$ (2)

من (1) ، (2) تستنتج أن :

$$m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle 3) + m(\angle 4) + m(\angle 5) + m(\angle 6) = 360°$$

$$m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) = 360°$$

أى أن مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل ABCD يساوى 360°.

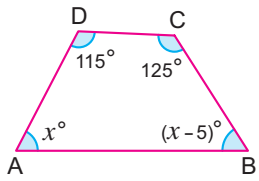
قاعدة :

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأى شكل رباعى يساوى 360°.

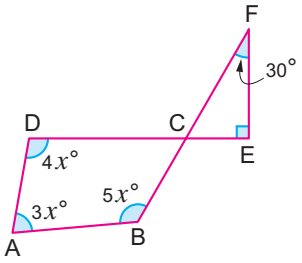
مثال 1

أوجد قيمة x فى كل شكل من الشكلين الآتيين :

1



2



1 $x + x - 5° + 115° + 125° = 360°$

$2x + 235° = 360°$

$2x = 360° - 235°$

$2x = 125°$

$x = \frac{125°}{2} = 62.5°$

2 فى المثلث CEF :

$m(\angle ECF) = 180° - 120° = 60°$

$m(\angle BCD) = m(\angle ECF) = 60°$ (بالتقابل بالرأس)

فى الشكل الرباعى ABCD :

$4x + 3x + 5x + 60° = 360°$

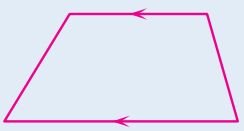
$12x = 360° - 60° = 300°$

$x = \frac{300°}{12} = 25°$

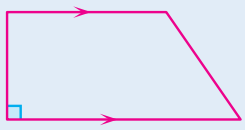
الأشكال الرباعية الخاصة

1 شبه المنحرف

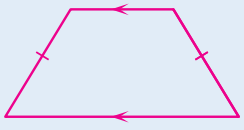
شبه المنحرف هو شكل رباعى فيه ضلعان فقط متوازيان.



شبه منحرف



شبه منحرف قائم الزاوية

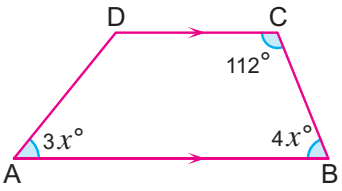


شبه منحرف متساوى الساقين

مثال 2

فى الشكل المقابل : ABCD شبه منحرف

أوجد بالبرهان : $m(\angle D)$



∵ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{DC}$ ، $\overleftrightarrow{BC}$ قاطع لهما.

∴ $m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$ (زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع)

∴ $4x + 112° = 180°$

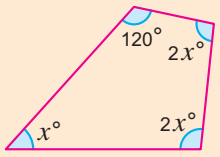
∴ $4x = 68°$

∴ $x = 17°$

∴ $m(\angle A) = 3x = 3 \times 17° = 51°$

∴ $m(\angle D) = 360° - (112° + 68° + 51°) = 129°$

■ تقييم ذاتى ①

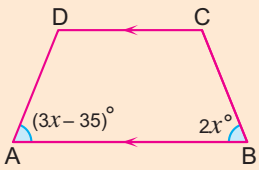


أوجد قيمة x.

■ تقييم ذاتى ②

ABCD شبه منحرف

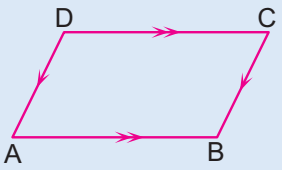
$m(\angle A) = m(\angle B)$



أوجد : $m(\angle D)$

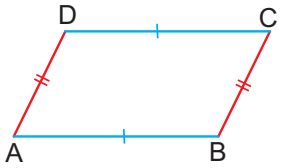
2 متوازى الأضلاع

متـوازى الأضـلاع هو شـكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.



◂ خواص متوازى الأضلاع :

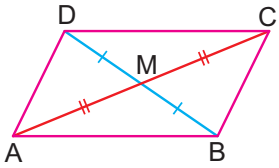
1 كل ضلعين متقابلين متساويان فى الطول.



$AB = DC$

$BC = AD$

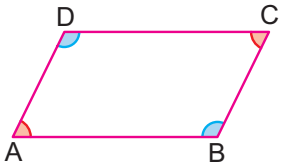
2 القطران ينصف كل منهما الآخر.



$BM = DM$

$AM = CM$

3 كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس.



$m(\angle A) = m(\angle C)$

$m(\angle B) = m(\angle D)$

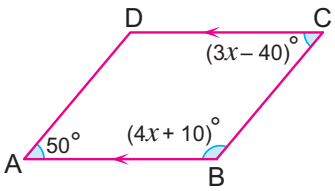
4 كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.

$m(\angle A) + m(\angle B) = 180°$ ، $m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$

$m(\angle C) + m(\angle D) = 180°$ ، $m(\angle D) + m(\angle A) = 180°$

مثال 3

فى الشكل المقابل : أثبت أن ABCD متوازى أضلاع.



∵ $\overline{AB} // \overline{DC}$ ، $\overleftrightarrow{BC}$ قاطع لهما.

∴ $m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$ (زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع)

∴ $4x + 10° + 3x - 40° = 180°$

∴ $7x - 30° = 180°$

∴ $7x = 180° + 30° = 210°$

∴ $x = \frac{210°}{7} = 30°$

∴ $m(\angle B) = 4 \times 30° + 10° = 130°$

∴ $m(\angle A) + m(\angle B) = 50° + 130° = 180°$

وهما زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع.

∴ $\overline{AD} // \overline{BC}$

∴ الشكل ABCD متوازى أضلاع. (وهو المطلوب إثباته)

■ متى يكون الشكل الرباعى متوازى أضلاع ؟

إذا تحققت إحدى الحالات التالية :

1 توازى فيه كل ضلعين متقابلين.

2 تساوى فيه طولا كل ضلعين متقابلين.

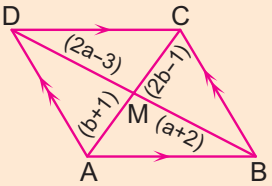
3 تـوازى فيه ضلعان متقابلان وتساويا فى الطول.

4 نصّف القطران كل منهما الآخر.

5 تساوى فيه قياسا كل زاويتين متقابلتين.

■ تقييم ذاتى ③

ABCD متوازى أضلاع.



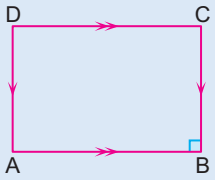
أوجد طول كل من:

1 $\overline{MB}$ 2 $\overline{BD}$

3 $\overline{MA}$ 4 $\overline{MC}$

3 المستطيل

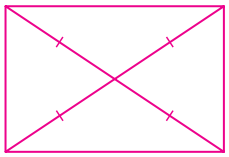
المستطيل هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة.



◂ المستطيل له جميع خواص متوازى الأضلاع **بالإضافة إلى :**

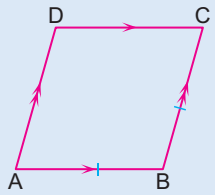
1 جميع زواياه الداخلة قوائم.

2 قطراه متساويان فى الطول.



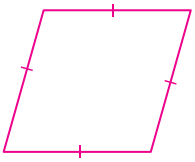
4 المعين

المعين هو متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.

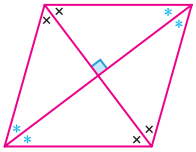


◂ المعين له جميع خواص متوازى الأضلاع **بالإضافة إلى :**

1 جميع أضلاعه متساوية فى الطول.

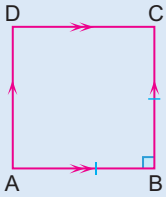


2 القطران متعامدان وينصفان زواياه الداخلة.



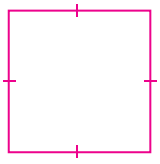
5 المربع

المربع هو متوازى أضلاع إحدى زواياه قائمة وفيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.



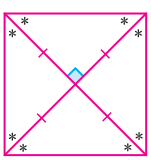
◂ المربع له جميع خواص متوازى الأضلاع **بالإضافة إلى :**

1 جميع أضلاعه متساوية فى الطول.



2 جميع زواياه الداخلة قوائم.

3 قطراه متساويان فى الطول ومتعامدان وينصفان زواياه الداخلة.



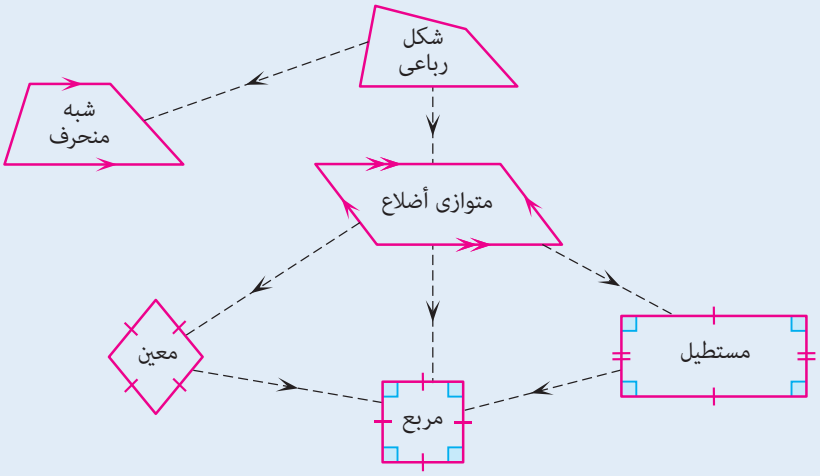
■ معلومة إثرائية

الهرم الأكبر (هرم خوفو)

واحد من عجائب الدنيا السبع القديمة الموجودة بمصر وتحديدًا فى محافظة الجيزة والذى قاعدته على شكل مربع طول ضلعه حوالى 230.4 متر، ويبلغ ارتفاع الهرم الحالى حوالى 138.8 متر بعد أن كان ارتفاعه الأصلى حوالى 146.5 متر .

ابحث أسباب ذلك.

عائلة الأشكال الرباعية :



■ **فكر**

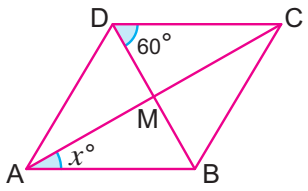
مـا الخـواص المشـتركة بيـن كل من :

1. المستطيل والمربع.
2. المعين والمربع.

مثال 4

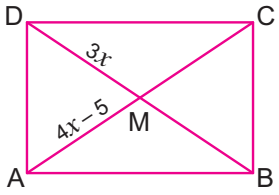
1 **فى الشكل التالى :**

إذا كان ABCD معينًا، فأوجد قيمة x



2 **فى الشكل التالى :**

إذا كان ABCD مستطيلًا، فأوجد قيمة x



1 ∵ الشكل ABCD معين.

∴ قطراه متعامدان.

∴ $m(\angle DMC) = 90°$

ومن المثلث DMC :

$m(\angle DCM) = 180° - (90° + 60°) = 30°$

∵ $\overline{AB} // \overline{DC}$ و $\overleftrightarrow{AC}$ قاطع لهما.

∴ $m(\angle CAB) = m(\angle DCA)$

(زاويتان متبادلتان داخليًا)

∴ $x = 30°$

---

2 ∵ الشكل ABCD مستطيل.

∴ قطراه متساويان فى الطول وينصف كل منهما الآخر.

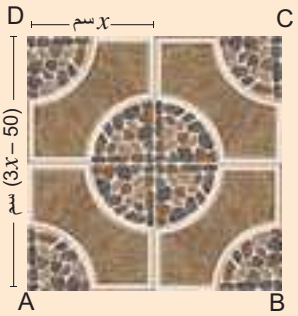
∴ $AM = MD$

∴ $4x - 5 = 3x$

∴ $4x - 3x = 5$

∴ $x = 5$

■ **تقييم ذاتى** 4



يمثـل الشـكل السـابق تصميمًا زخرفيًا لأربع بلاطات مربعة من السيراميك. فإذا كان طول ضلع البلاطة الواحدة x سـم، وطول $\overline{AD}$ يساوى $(3x - 50)$ سم، فأوجد قيمة x

متى يكون متوازى الأضلاع مستطيلًا أو معينًا أو مربعًا ؟

يكون متوازى الأضلاع :

1 مستطيلًا

إذا كان :

- إحدى زواياه قائمة.

أو

- قطراه متساويين فى الطول.

2 معينًا

إذا كان :

- ضلعان متجاوران فيه متساويين فى الطول.

أو

- القطران متعامدين.

3 مربعًا

إذا كان :

- إحدى زواياه قائمة وضلعان متجاوران فيه متساويين فى الطول.

أو

- إحدى زواياه قائمة وقطراه متعامدين.

أو

- قطراه متساويين فى الطول ومتعامدين.

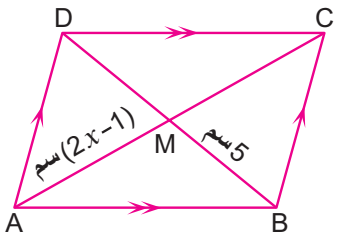
أو

- ضلعان متجاوران فيه متساويين فى الطول وقطراه متساويين فى الطول.

مثال 5

فى الشكل المقابل :

أوجد قيمة x التى تجعل متوازى الأضلاع ABCD مستطيلًا.



لكى يكون متوازى الأضلاع ABCD مستطيلًا يجب أن يكون : AC = BD

$$2(2x-1)=2\times5$$

$$2x-1=5$$

$$2x=5+1=6$$

$$x=\frac{6}{2}=3$$

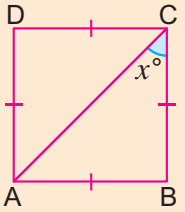
فكر

- هل يمكن اعتبار المربع معينًا إحدى زواياه قائمة؟
- هل يمكن اعتبار المربع مستطيلًا فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول؟

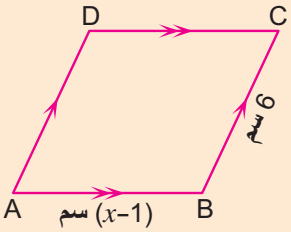
تقييم ذاتى 5

أوجد قيمة x التى تجعل :

1 الشكل ABCD مربعًا.



2 متوازى الأضلاع ABCD معينًا.



نشاط تعاونى

تعاون مع مجموعة من زملائك بالفصل، بحيث يرسم كل واحد منهم شكلًا رباعيًا على ورقة المربعات، فتحصل على مجموعة من الأشكال الرباعية المختلفة.

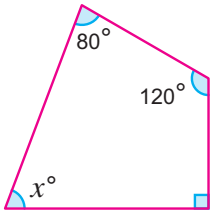
فى كل مرة استخدم المنقلة فى قياس كل زاوية من زوايا كل شكل رباعى وتحقق أن مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى يساوى 360°.

تقييم الدرس

أولاً قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) فى الشكل المقابل :

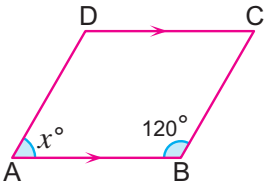


ما قيمة x ؟

(أ) 70° (ب) 80°

(جـ) 90° (د) 120°

(2) فى الشكل المقابل :



ما قيمة x التى تجعل الشكل ABCD متوازى أضلاع ؟

(أ) 109° (ب) 120°

(جـ) 80° (د) 60°

(3) أى من المجموعات التالية عناصرها أشكال رباعية جميع أضلاعها متساوية فى الطول ؟

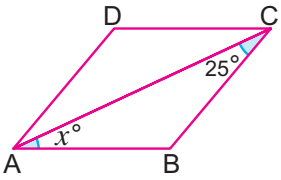
(أ) {المربع ، المستطيل}

(ب) {شبه المنحرف ، المعين}

(جـ) {المربع ، المعين}

(د) {المستطيل ، المعين}

(4) فى الشكل المقابل :



ABCD معين فما قيمة x ؟

(أ) 25° (ب) 50°

(جـ) 100° (د) 130°

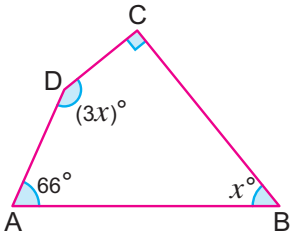
(5) إذا كان ABCD متوازى أضلاع فيه : $AC = BD$ ، $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ فإن الشكل ABCD يكون :

(أ) شبه منحرف. (ب) معينًا. (جـ) مستطيلًا. (د) مربعًا.

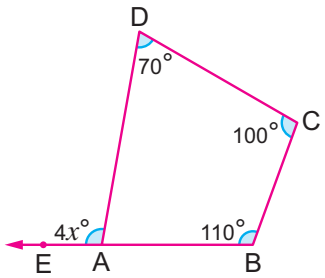
ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

◂ فى كل من الأشكال الآتية أوجد بالبرهان قيمة x :

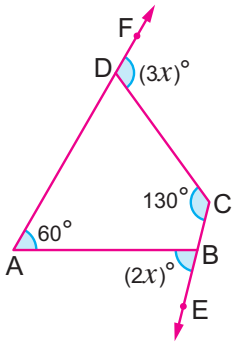
(6)



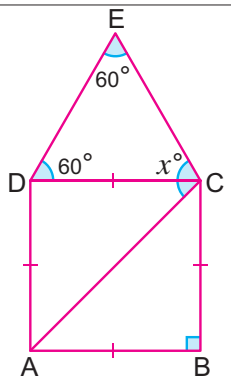
(7)



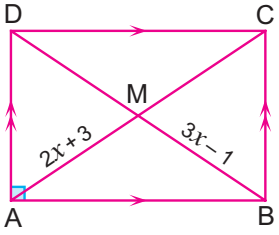
(8)



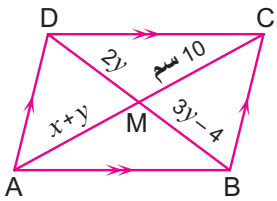
(9)



(10)



(11)

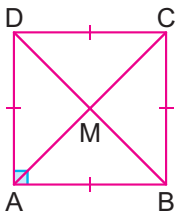


(12) فى الشكل المقابل :

ABCD مربع.

$BD = 5a - 4$ ، $MC = 2a - 1$

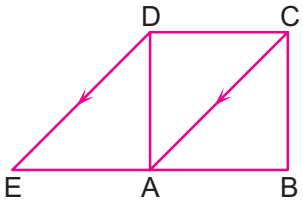
أوجد قيمة a ثم أوجد طول $\overline{AC}$.



(13) فى الشكل التالى :

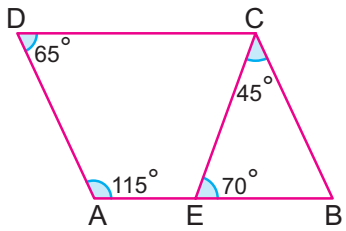
ABCD مربع ، $\overline{AC} // \overline{ED}$ ، $E \in \overrightarrow{BA}$

أثبت أن : $AE = AB$



(14) فى الشكل التالى :

أثبت أن ABCD متوازى أضلاع.



ثالثًا التحليل وتكامل المواد

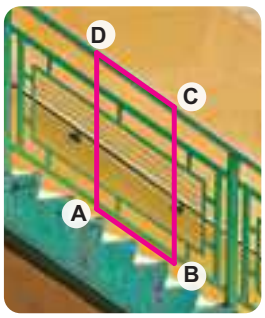
(15) هندسة معمارية :

إذا كان ABCD متوازى أضلاع،

$m(\angle B) = (3x + 37)°$

$m(\angle D) = (9x + 1)°$

فما قياس $\angle C$ ؟



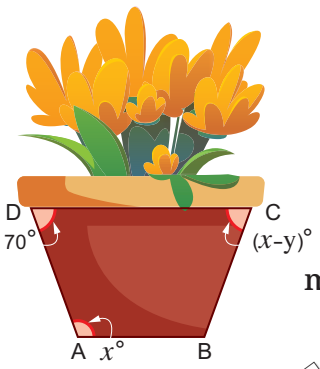
تزيد الأشكال الهندسية من جمال الأعمال الفنية والعمارة والزخارف.

(16) زراعة :

حوض للزهور أحد أوجهه على شكل شبه منحرف.

$m(\angle C) = m(\angle D)$

أوجد قيمة y



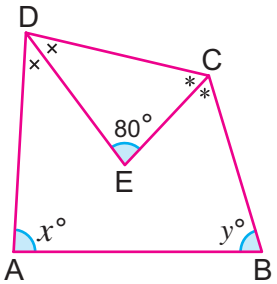
شارك فى حل مشكلة تغير المناخ ولو بزراعة زهرة.

تفكير إبداعى

(17) فى الشكل المقابل :

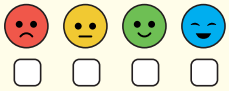
$\overrightarrow{DE}$ ينصف $\angle ADC$ ، $\overrightarrow{CE}$ ينصف $\angle BCD$

أوجد بالبرهان : قيمة $x + y$.



قيّم فهمك!

ما مدى فهمك للأشكال الرباعية ؟ ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس
4 - 5

المضلعـــات
(Polygons)

نواتج التعلم

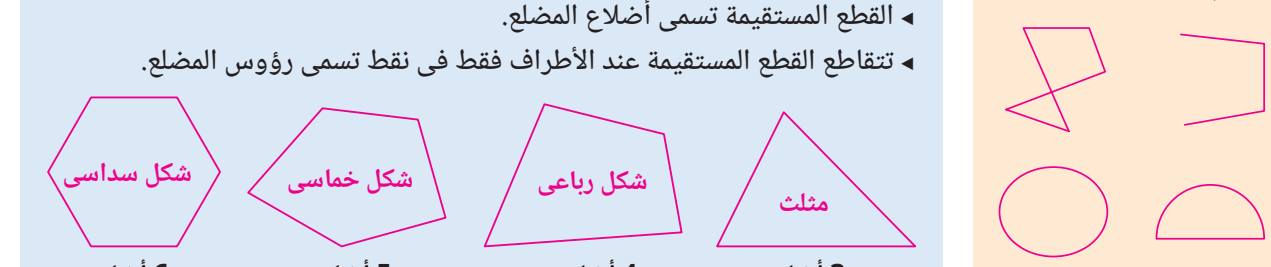
- تعرف مفهوم المضلع.
- تميز بين المضلع المحدب والمضلع المقعر.
- تستنتج مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع.
- تعرف المضلع المنتظم.
- تعرف مفهوم محور التماثل.
- تحدد محاور التماثل فى المضلعات.

المفـردات

- مضلع Polygon
- منتظم Regular
- غير منتظم Irregular
- محدب Convex
- مقعر Concave

لاحظ أن

كل من الأشكال التالية لا تمثل مضلعًا.



استعد !

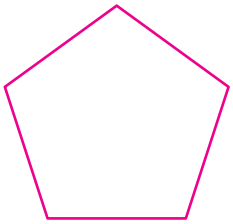
يقوم النحل ببناء خليته على شكل مضلع.

هـل يمكنـك معرفة اسـم المضلع وقياسـات زواياه الداخلة ؟

فـى هذا الـدرس، سـوف تتعرف علـى أنواع المضلعات، ومجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلـع، والمضلعـات المنتظمـة وقياس كل زاوية فيها.

فكر وناقش !

قام كل من باسم وإسلام بحساب مجموع قياسات الزوايا الداخلة لشكل يتكون من 5 أضلاع.



باسم

مجموع قياسات الزوايا

$3 \times 180^\circ = 540^\circ$

إسلام

مجموع قياسات الزوايا

$180^\circ + 360^\circ = 540^\circ$

كيف قام كل منهما بحساب مجموع قياسات الزوايا الداخلة لهذا المضلع ؟

تعلـم !

المضلع : المضلع هو شكل مستوٍ مغلق يتكون من اتحاد ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر حيث :

- القطع المستقيمة تسمى أضلاع المضلع.
- تتقاطع القطع المستقيمة عند الأطراف فقط فى نقط تسمى رؤوس المضلع.

3 أضلاع | 4 أضلاع | 5 أضلاع | 6 أضلاع

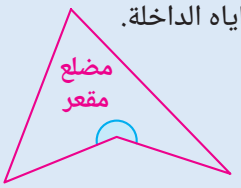
المضلع المحدب والمضلع المقعر

المضلع المحدب :

لا يحتوى على أى زاوية داخلة منعكسة.

المضلع المقعر :

يحتوى على زاوية واحدة منعكسة على الأقل من زواياه الداخلة.



مثال 1

ABCD شكل رباعى فيه $m(\angle A) = 4x°$ ، $m(\angle B) = 5x°$ ، $m(\angle C) = 7x°$ ،
$m(\angle D) = 20x°$، أوجد قيمة x، ثم بيِّن نوع الشكل من حيث كونه محدبًا أم مقعرًا.

∵ ABCD شكل رباعى.

$\therefore m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) = 360°$

$\therefore 4x° + 5x° + 7x° + 20x° = 360°$

$\therefore 36x° = 360°$

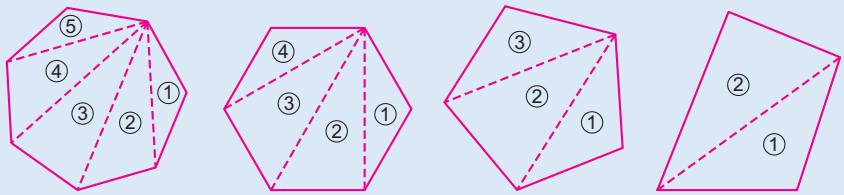
$\therefore x° = \frac{360°}{36} = 10°$

$\therefore m(\angle D) = 20 \times 10° = 200°$ (زاوية منعكسة)

∴ المضلع ABCD مضلع مقعر.

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع

لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع المحدب، نرسم كل الأقطار الممكنة من أحد رؤوسه، فينقسم المضلع إلى مجموعة من المثلثات كما بالأشكال التالية :



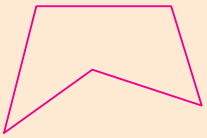
المضلع	عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا الداخلة
الرباعى	4	2	$2 \times 180° = 360°$
الخماسى	5	3	$3 \times 180° = 540°$
السداسى	6	4	$4 \times 180° = 720°$
السباعى	7	5	$5 \times 180° = 900°$
:	:	:	:
ذى عشرة أضلاع	10	8	$8 \times 180° = 1440°$

◄ اكتشف العلاقة بين عدد أضلاع المضلع، وعدد المثلثات الناتجة من رسم كل الأقطار الممكنة من أحد رؤوسه.

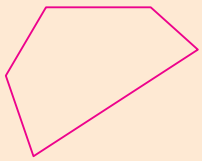
■ تقييم ذاتى ①

أى من المضلعات الآتية محدب وأيها مقعر؟

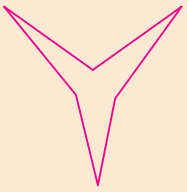
1



2



3

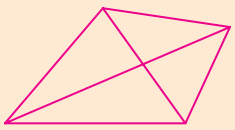


■ تذكر

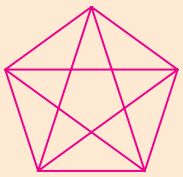
قطر المضلع هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتاليين من رؤوس المضلع.

فمثلًا :

◄ الشكل الرباعى له قطران.



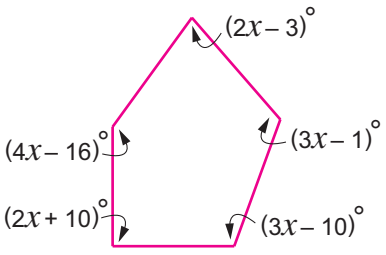
◄ الشكل الخماسى له 5 أقطار.



مثال 2

في الشكل المقابل :

أوجد قيمة x .



∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الخماسى الداخلة يساوى 540°.

$\therefore 2x-3^\circ+3x-1^\circ+3x-10^\circ+2x+10^\circ+4x-16^\circ=540^\circ$

$\therefore 14x-20^\circ=540^\circ$

$\therefore 14x=540^\circ+20^\circ=560^\circ$

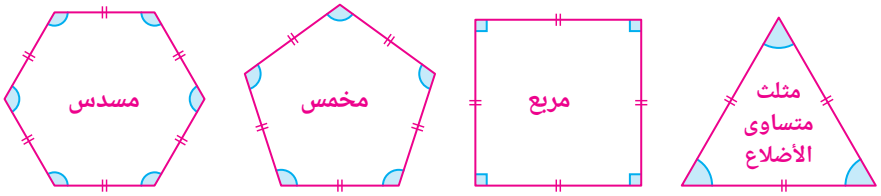
$\therefore x=\frac{560^\circ}{14}=40^\circ$

المضلع المنتظم

المضلع المنتظم هو مضلع تتحقق فيه الخاصيتان التاليتان :

1 جميع أضلاعه متساوية فى الطول. 2 جميع زواياه الداخلة متساوية فى القياس.

أمثلة للمضلع المنتظم :

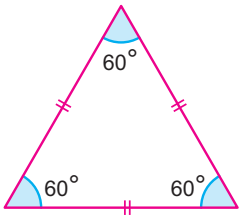


سداسى منتظم — خماسى منتظم — رباعى منتظم — ثلاثى منتظم

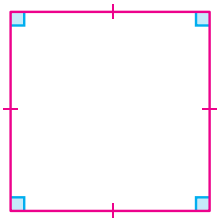
ملاحظة :

قياس كل زاوية داخلة من زوايا المضلع المنتظم = $\frac{\text{مجموع قياسات زواياه الداخلة}}{\text{عدد هذه الزوايا}}$

فمثلاً :



• قياس زاوية واحدة من الزوايا الداخلة للمثلث المتساوى الأضلاع $=\frac{180^\circ}{3}=60^\circ$

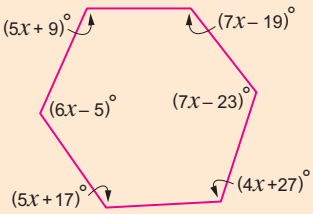


• قياس زاوية واحدة من الزوايا الداخلة للمربع

$=\frac{360^\circ}{4}=90^\circ$

تقييم ذاتى 2

أوجد قيمة x فى الشكل التالى:



فكر

هل من الممكن أن يكون المضلع المنتظم مقعراً ؟

نشاط

احسب قياس زاوية واحدة من الزوايا الداخلة لمضلع منتظم عدد أضلاعه :

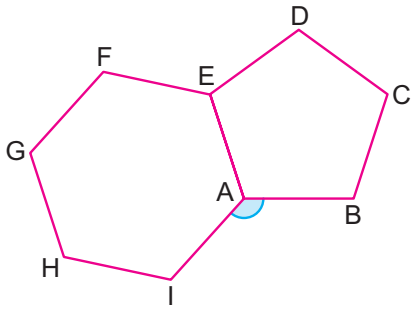
1 8 أضلاع

2 10 أضلاع

مثال 3

يتكون الشكل المقابل من خماسى منتظم وسداسى منتظم.

أوجد قيمة $m(\angle IAB)$



- ABCDE خماسى منتظم

$$m(\angle EAB) = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$$

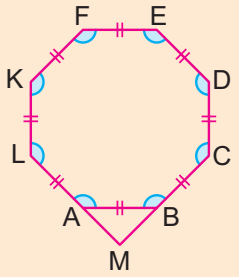
- AEFGHI سداسى منتظم

$$m(\angle EAI) = \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$$

- مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة يساوى 360°

$$m(\angle IAB) = 360^\circ - (108^\circ + 120^\circ) = 132^\circ$$

■ تقييم ذاتى ③



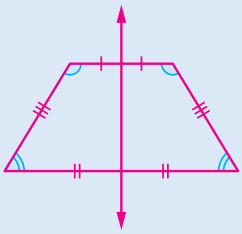
أوجد : $m(\angle AMB)$

محاور التماثل فى المضلعات

محور التماثل :

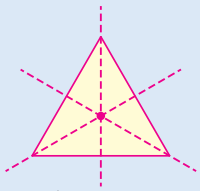
محور تماثل الشكل هو مستقيم يقسم الشكل إلى جزأين متماثلين، وعند طى الشكل على طول محور التماثل ينطبق الجزآن تمامًا.

وقد يكون للشكل محور تماثل واحد أو أكثر أو لا يوجد له محاور تماثل.

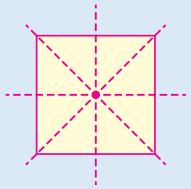


محاور تماثل المضلع المنتظم :

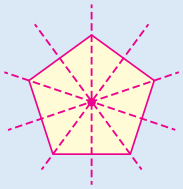
محور تماثل المضلع المنتظم هو مستقيم يمر بمركز المضلع ويقسمه إلى مضلعين متماثلين.



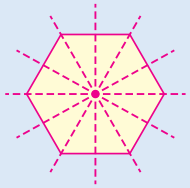
مثلث متساوى الأضلاع
(3 محاور تماثل)



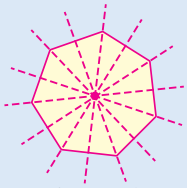
مربع
(4 محاور تماثل)



خماسى منتظم
(5 محاور تماثل)



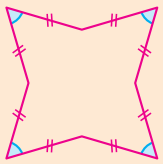
سداسى منتظم
(6 محاور تماثل)



سباعى منتظم
(7 محاور تماثل)

■ نشاط

ما عدد محاور تماثل الشكل التالى؟



■ فكر

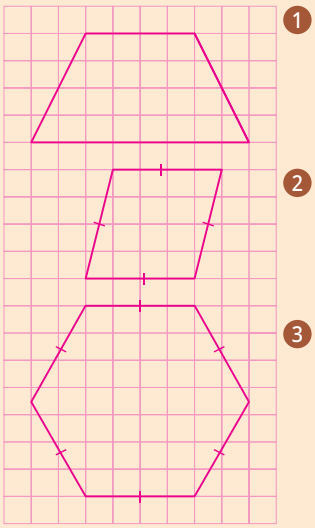
هل كل المضلعات غير المنتظمة لا يوجد لها محاور تماثل؟

■ لاحظ أن

عدد محاور التماثل للمضلع المنتظم يساوى عدد أضلاع المضلع.

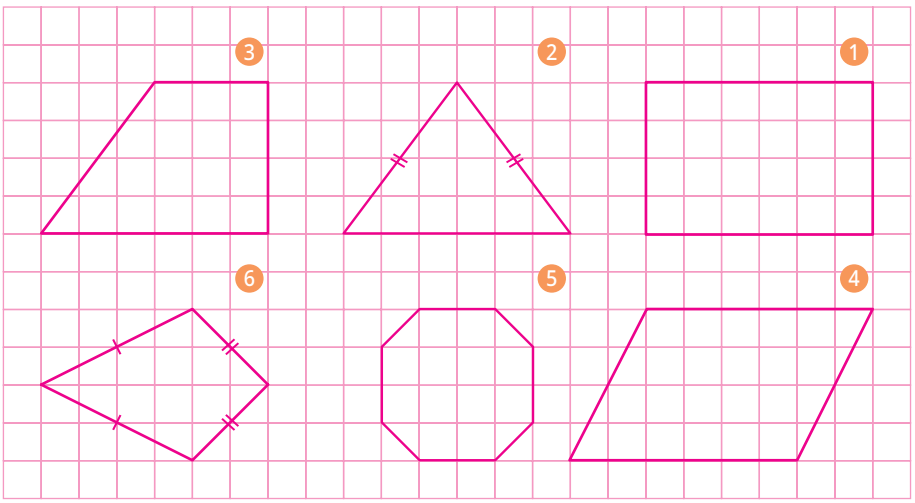
■ تقييم ذاتى ④

ارسم محاور تماثل كل من الأشكال الآتية واذكر عددها.



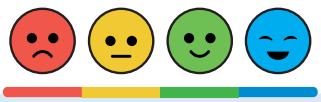
مثال 4

ما عدد محاور التماثل لكل شكل من الأشكال الآتية ؟



1 ⑥ 4 ⑤ 0 ④ 0 ③ 1 ② 2 ①

تقييم الدرس



أولاً قياس المفاهيم

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① أى من الزوايا الآتية يجب أن تكون إحدى زوايا المضلع الداخلة ليكون مقعرًا؟

(أ) المستقيمة (ب) الحادة

(جـ) القائمة (د) المنعكسة

② ما عدد محاور التماثل لمضلع منتظم عدد أضلاعه 9؟

(أ) 9 (ب) 7

(جـ) 18 (د) 11

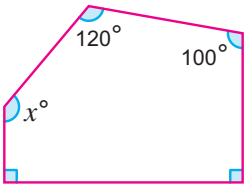
③ ما قياس زاوية المضلع المنتظم الداخلة الذى عدد أضلاعه 10؟

(أ) 108° (ب) 120°

(جـ) 135° (د) 144°

④ فى الشكل المقابل:

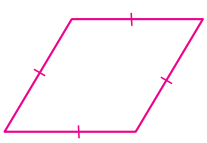
ما قيمة x؟

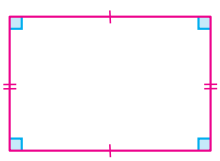


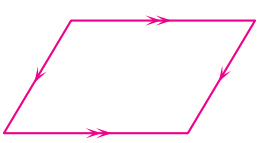
(أ) 120° (ب) 140°

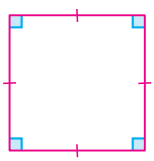
(جـ) 150° (د) 135°

⑤ أى من الأشكال الآتية ليس له محور تماثل؟

(أ) 

(ب) 

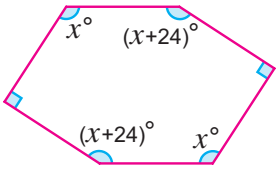
(جـ) 

(د) 

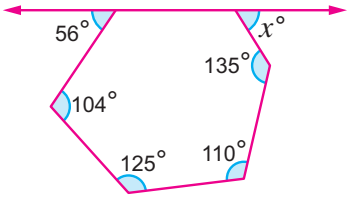
ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

▸ فى كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة x :

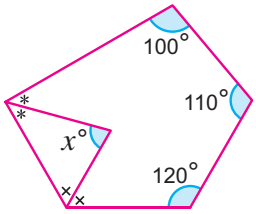
⑥



⑦



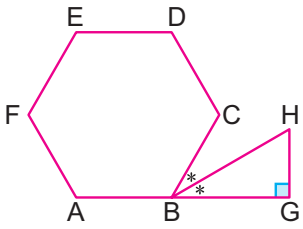
⑧



⑨ فى الشكل التالى :

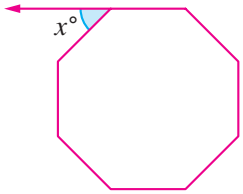
ABCDEF سداسى منتظم،

أوجد بالبرهان m (∠ H)

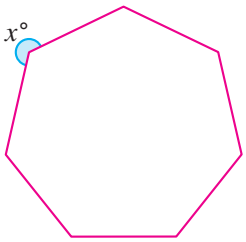


⑩ فى كل مما يأتى المضلع منتظم، أوجد قيمة x واذكر عدد محاور تماثل المضلع.

1

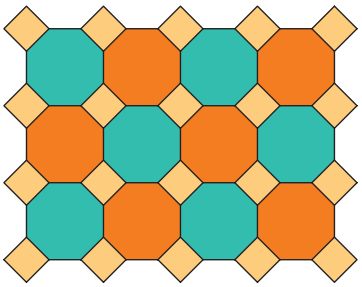


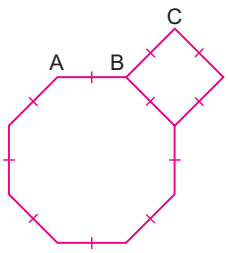
2



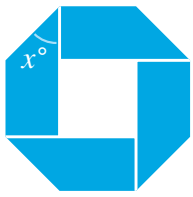
ثالثًا التحليل وتكامل المواد

⑪ **زخرفة :** أحيانًا تستخدم المضلعات المنتظمة كوحدات للزخرفة مثل المضلع الثمانى المنتظم والمربع فى الشكل. فما قياس ∠ ABC ؟





⑫ **تصميم هندسى :** استخدم أحد المصممين شبه منحرف قائم الزاوية لتصميم شعار لإحدى الشركات فنتج مضلع منتظم كما بالشكل. فما قيمة x فى الشكل؟



تفكير إبداعى

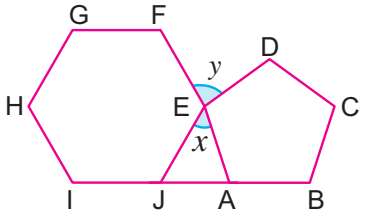
⑬ فى الشكل المقابل :

ABCDE خماسى منتظم ،

EFGHIJ سداسى منتظم

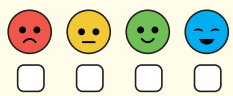
$A \in \overline{IB}$ ، $J \in \overline{IB}$

أوجد قيمة كل من : y ، x



قيم فهمك!

ما مدى فهمك للمضلعات ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



الدرس

6 - 4

الإحداثيات
(Coordinates)

■ نواتج التعلم

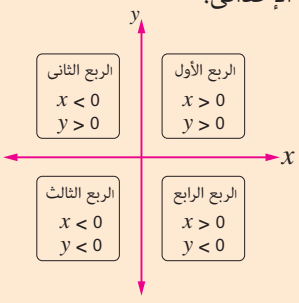
- تمثل إحداثيات نقطة فى المستوى الإحداثى.
- تحدد الربع الذى تقع فيه نقطة فى المستوى الإحداثى.
- تعين مسقط نقطة على محورى الإحداثيات.
- تعين مسقط قطعة مستقيمة على محورى الإحداثيات.
- تحدد إحداثيى نقطة منتصف قطعة مستقيمة.

■ المفردات

- محور x — x-axis
- محور y — y-axis
- الإحداثى x — x-coordinate
- الإحداثى y — y-coordinate
- نقطة الأصل — The Origin
- الربع الأول — 1st Quadrant
- الربع الثانى — 2nd Quadrant
- الربع الثالث — 3rd Quadrant
- الربع الرابع — 4th Quadrant
- منتصف قطعة مستقيمة — Midpoint of Line Segment

■ معلومة سابقة

لاحظ إشارات إحداثيات النقط فى كل ربع من أرباع المستوى الإحداثى.



استعد !

هناك الكثير من المواقف التى نحتاج فيها إلى تحديد منتصف المسافة بين نقطتين، كوضع برج تقوية للاتصالات فى منطقة توفر التغطية المثالية بين منطقتين.

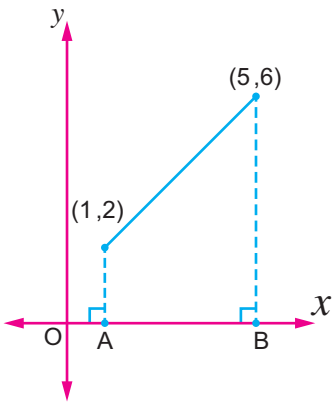
كيف يمكنك تحديد موقع هذا البرج؟

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية تمثيل النقط فى مستوى الإحداثيات، وإيجاد نقطة منتصف قطعة مستقيمة، والذى سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

فكر وناقش !

فى الشكل المقابل،

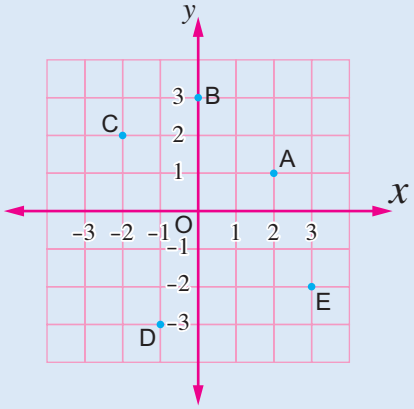
كم تساوى المسافة بين النقطتين A ، B ؟



تعلم !

تعلمت فيما سبق تمثيل النقط فى المستوى الإحداثى.

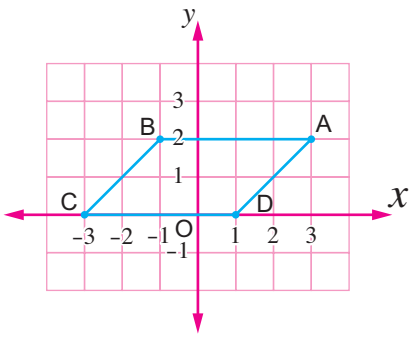
فمثلًا فى الشكل المقابل :



- النقطة A هى $(2\ ,\ 1)$
- النقطة B هى $(0\ ,\ 3)$
- النقطة C هى $(-2\ ,\ 2)$
- النقطة D هى $(-1\ ,\ -3)$
- النقطة E هى $(3\ ,\ -2)$
- النقطة O هى $(0\ ,\ 0)$

مثال 1

مثل فى المستوى الإحداثى النقط :
A (3 , 2) ، B (– 1 , 2) ، C (– 3 , 0) ، D (1 , 0)
ثم أوجد مساحة الشكل ABCD.



الشكل المرسوم ABCD متوازى أضلاع.
مساحته = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.
= 4 × 2 = 8 وحدات مربعة.

مثال 2

إذا كانت النقطة A (4 k + 4 , – k + 3) تقع على محور y ،
فأوجد الربع الذى تقع فيه النقطة B (– 2 k , 4 k + 1).

∵ النقطة A (4 k + 4 , – k + 3) تقع على محور y
∴ الإحداثى x يساوى 0
∴ 4 k + 4 = 0 ∴ 4 k = – 4 ∴ k = – 1
وبالتعويض عن قيمة k فى النقطة B تكون B (2 , – 3)
∴ النقطة B تقع فى الربع الرابع.

ملاحظة

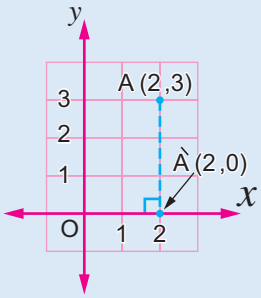
- النقطة (x , 0) تقع على محور x
- النقطة (0 , y) تقع على محور y

مسقط نقطة على محورى الإحداثيات

لإيجاد مسقط نقطة مثل A (2 , 3) على كل من محور x ، محور y :

1 مسقط النقطة على محور x :

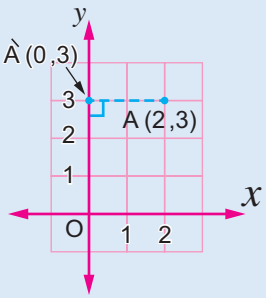
ارسم من النقطة A عمودًا على محور x فيقطعه فى النقطة A` (2 , 0)



فتكون النقطة A` (2 , 0) هى مسقط النقطة A (2 , 3) على محور x.

2 مسقط النقطة على محور y :

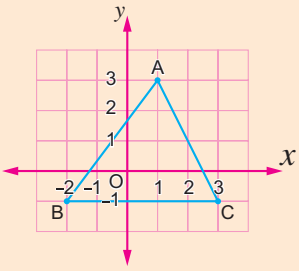
ارسم من النقطة A عمودًا على محور y فيقطعه فى النقطة A` (0 , 3)



فتكون النقطة A` (0 , 3) هى مسقط النقطة A (2 , 3) على محور y.

تقييم ذاتى ①

من الشكل البيانى التالى،



عين إحداثيات رؤوس المثلث ABC، ثم احسب مساحته.

تقييم ذاتى ②

إذا كانت النقطة
A (– 3 k , 2 k – 4)
تقع على محور x ،
فأوجد الربع الذى تقع فيه النقطة B (k – 6 , – 3 k).

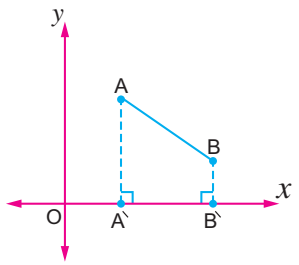
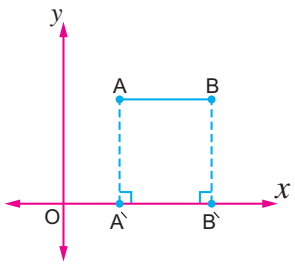
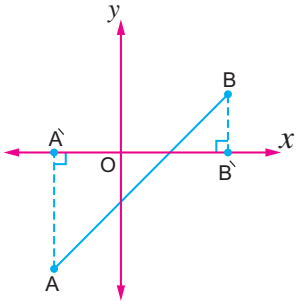
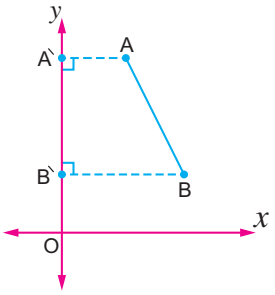
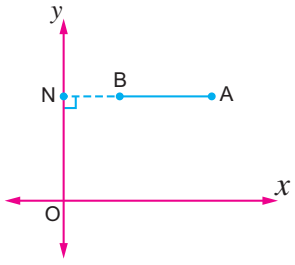
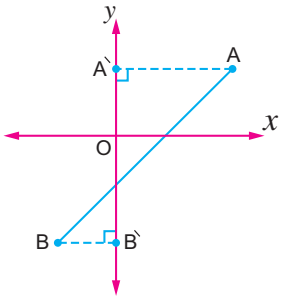
لاحظ أن

- إذا كانت النقطة تنتمى لمحور x فإن مسقطها على محور x هو نفسها.
- إذا كانت النقطة تنتمى لمحور y فإن مسقطها على محور y هو نفسها.

مسقط قطعة مستقيمة على محورى الإحداثيات

لإيجاد مسقط قطعة مستقيمة على أحد المحورين، أوجد مسقط كل من نهايتيها على هذا المحور.

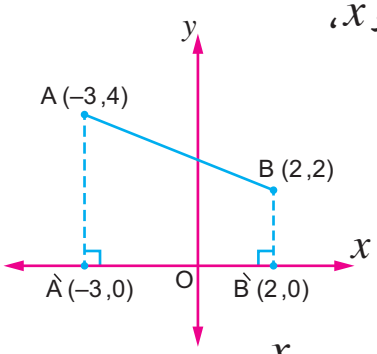
فى كل مما يلى لاحظ مسقط $\overline{AB}$ على محور x أو محور y :

1 $\overline{A`B`}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور x 	2 $\overline{A`B`}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور x 	3 $\overline{A`B`}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور x 
4 $\overline{A`B`}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور y 	5 النقطة N هى مسقط $\overline{AB}$ على محور y 	6 $\overline{A`B`}$ هى مسقط $\overline{AB}$ على محور y 

مثال 3

أوجد طول مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور x،

حيث $A(-3,4)$ ، $B(2,2)$.



◄ نرسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ فى المستوى الإحداثى.

◄ نرسم من كل من A ، B عمودًا على محور x كما بالشكل،

فتكون النقطة $A`(-3,0)$ هى مسقط النقطة A على محور x،

والنقطة $B`(2,0)$ هى مسقط النقطة B على محور x،

وبالتالى القطعة المستقيمة $\overline{A`B`}$ هى مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور x

$$A`B` = |2| + |-3| = 5$$

أى أن طول $\overline{A`B`}$ يساوى 5 وحدات طول.

■ فكر

ما العلاقة بين طول القطعة المستقيمة وطول مسقطها ؟

■ تقييم ذاتى ③

ارسم فى مستوى الإحداثيات $\overline{AB}$ حيث $A(5,6)$ ، $B(3,2)$ ، وحدد على الرسم :

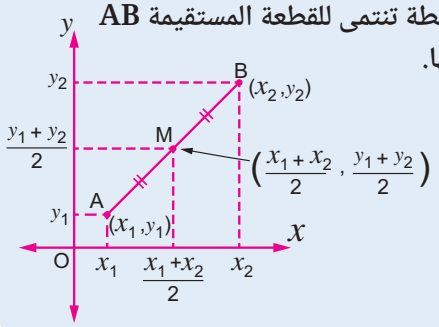
1 مسقط $\overline{AB}$ على محور x

2 مسقط $\overline{AB}$ على محور y

ثم أوجد طول كل مسقط.

نقطة منتصف قطعة مستقيمة

نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ هى نقطة تنتمى للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ وتكون على مسافتين متساويتين من نهايتيها.



إذا كانت M هى نقطة منتصف $\overline{AB}$ ،

حيث $A(x_1 , y_1)$ ، $B(x_2 , y_2)$

فإن $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2} , \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

مثال 4

أوجد إحداثيى نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، حيث $A(2 , -2)$ ، $B(-6 , 8)$

بفرض أن نقطة منتصف $\overline{AB}$ هى M

$$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2} , \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{2+(-6)}{2} , \frac{-2+8}{2}\right) = \left(\frac{-4}{2} , \frac{6}{2}\right) = (-2 , 3)$$

مثال 5

إذا كانت النقطة $M(0 , -3)$ فى منتصف المسافة بين النقطتين $A(x , -10)$ ، $B(7 , y)$

فأوجد قيمة كل من x ، y

$\because (0 , -3) = \left(\frac{7+x}{2} , \frac{y-10}{2}\right)$

$\therefore \frac{7+x}{2} = 0 \quad \therefore 7+x = 0 \quad \therefore x = -7$

$, \frac{y-10}{2} = -3 \quad \therefore y-10 = -6 \quad \therefore y = 4$

مثال 6

إذا كان ABCD متوازى أضلاع حيث $A(-1 , 1)$ ، $B(4 , 2)$ ، $D(1 , 4)$

فأوجد إحداثيى كل من : 1 نقطة تقاطع القطرين. 2 الرأس C.

بفرض أن M هى نقطة تقاطع القطرين $\therefore$ M هى نقطة منتصف $\overline{BD}$

$\therefore M = \left(\frac{4+1}{2} , \frac{2+4}{2}\right) = (2.5 , 3)$

$\because$ M هى أيضًا نقطة منتصف $\overline{AC}$ ، وبفرض أن $C = (x_1 , y_1)$

$\therefore \left(\frac{-1+x_1}{2} , \frac{1+y_1}{2}\right) = (2.5 , 3)$

$\therefore \frac{-1+x_1}{2} = 2.5 \quad \therefore -1+x_1 = 5 \quad \therefore x_1 = 6$

$, \frac{1+y_1}{2} = 3 \quad \therefore 1+y_1 = 6 \quad \therefore y_1 = 5 \quad \therefore C = (6 , 5)$

■ تقييم ذاتى ④

أوجد إحداثيى نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، حيث $A(1 , -6)$ ، $B(5 , 2)$

■ تقييم ذاتى ⑤

إذا كانت النقطة $M(3 , 5)$ تنصف المسافة بين النقطتين $A(x , 5)$ ، $B(4 , y)$ ،

أوجد قيمة كل من x ، y.

■ تقييم ذاتى ⑥

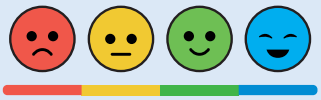
إذا كان ABCD متـوازى أضلاع حيث $A(-4 , 2)$ ، $B(4 , -2)$ ، $C(9 , 1)$ ،

أوجد إحداثيى كل من :

1 نقطة تقاطع القطرين.

2 الرأس D.

تقييم الدرس



أولاً قياس المفاهيم

◂ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(1) فى أى ربع تقع النقطة $(4-, 3)$ ؟

(أ) الأول (ب) الثانى

(جـ) الثالث (د) الرابع

(2) إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف $\overline{AB}$ ، وكانت A تقع فى الربع الثانى ، فى أى ربع تقع نقطة B ؟

(أ) الأول (ب) الثانى

(جـ) الثالث (د) الرابع

(3) أى من النقط الآتية لا تقع على محور y ؟

(أ) $(5-, 0)$ (ب) $(0, 3)$

(جـ) $(0, 0)$ (د) $(2, 0)$

(4) إذا كانت $x<0$ ، $y>0$ ، فى أى ربع تقع النقطة $(y, -x)$ ؟

(أ) الأول (ب) الثانى

(جـ) الثالث (د) الرابع

(5) إذا كانت النقطة $(3, k-2)$ تقع على محور x فما قيمة k ؟

(أ) $3-$ (ب) $2-$

(جـ) 2 (د) 3

(6) ما النقطة التى تمثل مسقط النقطة $(5, 3-)$ على محور x ؟

(أ) $(5, 0)$ (ب) $(0, 3-)$

(جـ) $(5-, 3)$ (د) $(5, 3-)$

(7) ما مسقط النقطة $(5, 3-)$ على محور y ؟

(أ) $(5, 0)$ (ب) $(0, 3-)$

(جـ) $(5-, 3)$ (د) $(5, 3-)$

(8) إذا كانت النقطة (a, b) تقع فى الربع الثالث فإن الربع الذى تقع فيه النقطة $(6-b, 2-a)$ هو :

(أ) الأول (ب) الثانى

(جـ) الثالث (د) الرابع

◂ **ناقش :**

(9) سأل المعلم عن موضع النقطة (x, y) ، حيث $xy<0$ ، كانت إجابة أحمد أن النقطة تقع فى الربع الثانى، بينما كانت إجابة هند أن النقطة تقع فى الربع الرابع.

هل كان أحدهما على صواب ؟

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية

(10) إذا كانت النقطة $(2-a, 3a+9)$ تقع على محور x ، أوجد الربع الذى تقع فيه النقطة $(a, 6-a)$.

(11) أوجد طول مسقط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ على محور x فى كل من الحالات الآتية :

① $A(2-, 1)$ ، $B(3, 6)$ ② $A(4-, 3)$ ، $B(2-, 3)$ ③ $A(5, 5)$ ، $B(1-, 5)$

(12) إذا كانت النقطة C (7 , 2 –) هى منتصف $\overline{AB}$ ، حيث A (4 , y) ، B (x , 2 –) فأوجد كلًا من y ، x

(13) إذا كان ABCD معينًا ، حيث A (3 , 5) ، B (12 , 3 –) ، C (13 , 9) أوجد إحداثيى كل من :

① نقطة تقاطع القطرين. ② الرأس D.

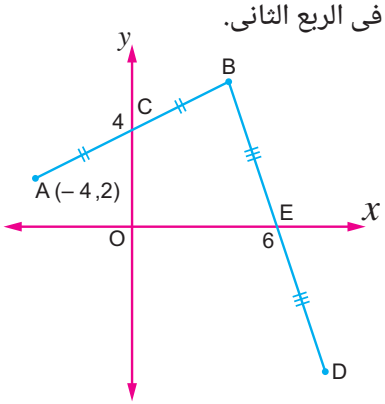
(14) إذا كانت A (13 , 7 –) ، B (3 , 5) أوجد إحداثيات النقط التى تقسم $\overline{AB}$ إلى أربعة أجزاء متساوية فى الطول.

(15) إذا كانت A (1 – , 3) ، B (1 – , 1 –) ارسم المربع ABCD بحيث تقع النقطة C فى الربع الثانى.

(16) **فى الشكل المقابل :**

إذا كانت C ، E هما منتصفا $\overline{AB}$ ، $\overline{BD}$ على الترتيب،

فأوجد إحداثيى النقطة D.

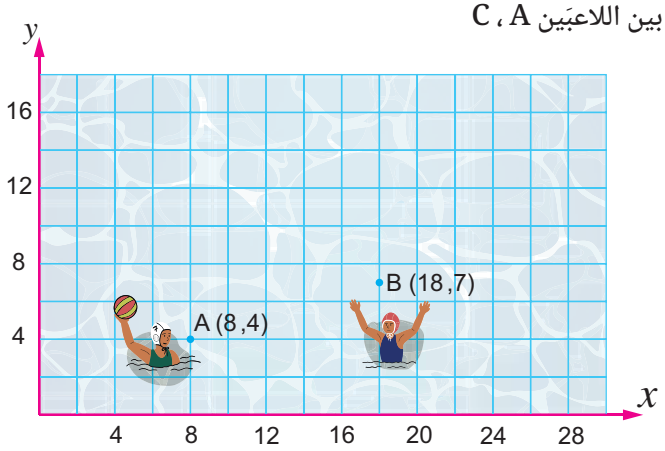


ثالثًا التحليل وتكامل المواد

(17) **رياضة :** يوضح الشكل التالى موقعىّ لاعبَين A ، B خلال جزء من مباراة لكرة الماء.

أوجد إحداثيى موقع اللاعب C

حيث إن اللاعب B يقع فى منتصف المسافة بين اللاعبَين A ، C



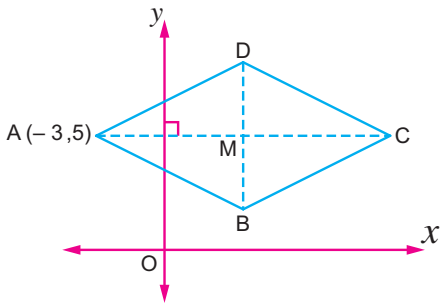
تفكير إبداعى

(18) **فى الشكل المقابل :**

ABCD معين فيه :

$BD = 6$ ، $AC = 12$

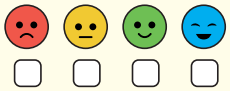
أوجد إحداثيات رؤوس المعين.



قيّم فهمك!

ما مدى فهمك للإحداثيات ؟

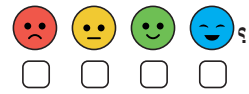
ضع علامة فى المربع المناسب



تقييم الوحدة الرابعة

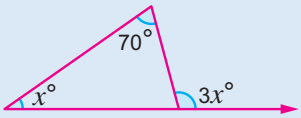
قيم فهمك!

ما مدى فهمك للوحدة الرابعة ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) فى الشكل المقابل :



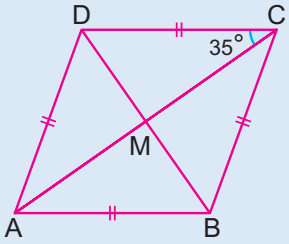
ما قيمة x ؟

(أ) 70° (ب) 140° (جـ) 35° (د) 100°

(2) إذا كانت A (3 , 1) ، B (3 , – 1) فأى من النقط الآتية هى نقطة منتصف $\overline{AB}$ ؟

(أ) (0 , 3) (ب) (3 , 0) (جـ) (6 , 0) (د) (0 , 6)

(3) فى الشكل المقابل :



ما قياس ∠ CBD ؟

(أ) 35° (ب) 45°

(جـ) 55° (د) 65°

(4) مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه 4 سم ، 8 سم فما طول الضلع الثالث ؟

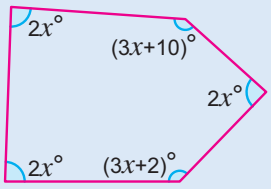
(أ) 4 سم (ب) 5 سم (جـ) 6 سم (د) 8 سم

◂ أكمل كلًا مما يأتى :

(5) قياس زاوية الشكل الثمانى المنتظم الداخلة يساوى .....

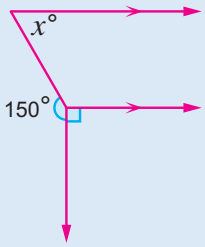
(6) مسقط النقطة A (– 4 , 0) على محور y هو النقطة .....

(7) فى الشكل المقابل :



x = ...°

(8) فى الشكل المقابل :



x = ...°

◂ أجب عن الأسئلة الآتية :

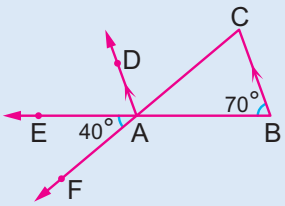
(9) ABCD متوازى أضلاع قطراه متقاطعان فى M.

إذا كانت A (3 , 4) ، M (–1 , 5) ، فأوجد إحداثيى النقطة C.

⑩ فى الشكل المقابل :

$\overrightarrow{BE} \cap \overrightarrow{CF} = \{A\}$

أثبت أن : $\overrightarrow{AD}$ ينصف $\angle EAC$

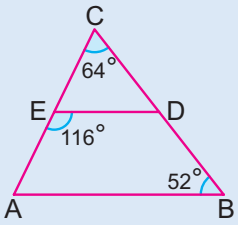


⑪ ABCD مستطيل قطراه متقاطعان فى M.

إذا كان $AC = (3x - 4)$ سم ، $BM = (x + 1)$ سم، فما قيمة x ؟

⑫ فى الشكل المقابل :

أثبت أن : $\overline{ED} // \overline{AB}$

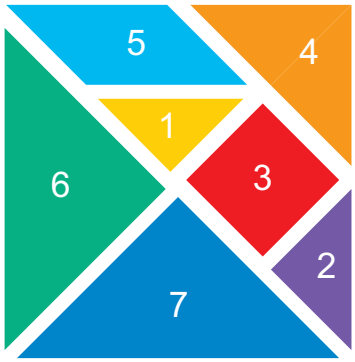


نشاط الوحدة الرابعة لعبة Tangram

لعبة Tangram هى لعبة شهيرة تعتمد على ترتيب قطع هندسية لتكوين أشكال مختلفة.

◂ **أهداف النشاط :**

- تعزيز تعلم الأشكال الهندسية لدى الطلاب.
- تنمية مهارات التفكير الهندسى لدى الطلاب.
- تطوير القدرة على التركيز والانتباه.



(Tangram)

◂ **خطوات التنفيذ :**

① يقسم الطلاب إلى فرق متنافسة (3 - 2 طلاب فى كل فريق) لتعزيز التنافس الإيجابى.

② على كل فريق اختيار شكل هندسى محدد (مربع ، مستطيل ، متوازى أضلاع ، ...).

③ يطلب من الفريق المنافس تكوين هذا الشكل (عدة مرات) باستخدام قطع التانجرام Tangram بشكل متدرج بداية من استخدام أقل عدد من القطع وصولًا إلى استخدام جميع القطع فى فترة زمنية (5 - 3) دقائق.

④ تتبادل الفرق الأدوار فى تنفيذ الخطوتين ② ، ③

⑤ تكرار الخطوات (② ، ③ ، ④) بعد اختيار كل فريق شكل مختلف.

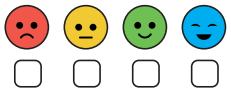
⑥ الفائز هو الفريق الذى ينجح فى تكوين الشكل المطلوب فى أقل فترة زمنية.

◂ **ملاحظة :** يمكن أن يطلب أحد الفرق تكوين شكل مختلف مثل تكوين الأعداد أو تكوين أشكال متنوعة مثل صورة قط أو كلب أو صورة منزل وهكذا.

تقييم نهائى

قيم فهمك!

ما مدى فهمك لموضوعات
الصف الأول الإعدادى ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



المجموعة الأولى

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

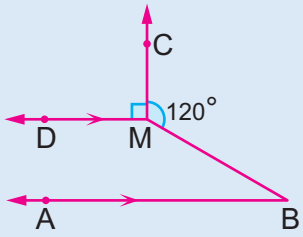
(1) إذا كان : $\frac{3}{5} = \frac{9}{k+1}$ فما قيمة k ؟

(أ) 13 (ب) 14 (جـ) 15 (د) 16

(2) ما مجموعة حل المعادلة : $4(2x+7) = 12$ فى N ؟

(أ) $\{2\}$ (ب) $\{-2\}$ (جـ) $\{-4\}$ (د) ϕ

(3) فى الشكل المقابل :



$\overrightarrow{MC} \perp \overrightarrow{MD}$, $\overrightarrow{BA} // \overrightarrow{MD}$

$m(\angle BMC) = 120°$

ما قياس $\angle B$ ؟

(أ) 20° (ب) 30°

(جـ) 50° (د) 70°

(4) إذا كان مقياس رسم خريطة هو 200,000 : 1 وكانت المسافة بين نقطتين على الخريطة تساوى 3.5 سم.

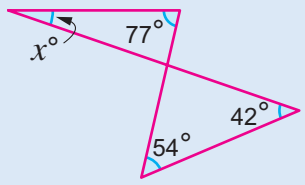
فما المسافة الحقيقية بين النقطتين بالكيلو مترات ؟

(أ) 3.5 (ب) 7 (جـ) 8.5 (د) 700

(5) ..... $= (-2) - 3 -$

(أ) -5 (ب) -1 (جـ) 1 (د) 5

(6) فى الشكل المقابل :

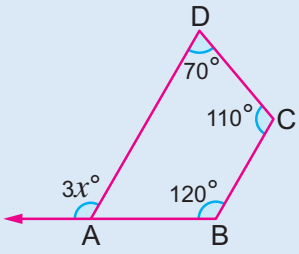


ما قيمة x ؟

(أ) 19° (ب) 32°

(جـ) 48° (د) 60°

(7) فى الشكل المقابل :



ABCD شكل رباعى،

فما قيمة x ؟

(أ) 40° (ب) 50°

(جـ) 60° (د) 70°

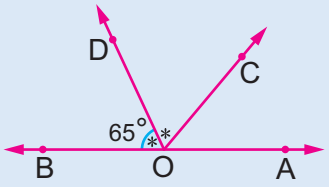
المجموعة الثانية

◂ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) أى من المعادلات الآتية لا تكافئ المعادلة : $4x + 5 = 9$ ؟

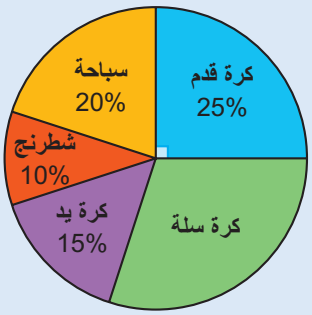
(أ) $3x = 3$ (ب) $4x + 1 = 5$ (جـ) $x - 1 = 5$ (د) $x + 1 = 2$

② فى الشكل المقابل :
ما قياس ∠DOA ؟



(أ) 50°　(ب) 80°
(جـ) 115°　(د) 130°

③ يمثل الشكل المقابل القطاعات الدائرية لتوزيع الطلاب فى الأنشطة الصيفية حسب رغباتهم، فإذا كان عدد الطلاب المشتركين فى الأنشطة 200 طالب ، فما عدد الطلاب الذين اختاروا كرة السلة؟



(أ) 30　(ب) 50　(جـ) 60　(د) 70

④ ما عدد محاور تماثل الشكل السداسى المنتظم؟

(أ) 2　(ب) 3　(جـ) 4　(د) 6

⑤ إذا كانت النقطة M (4 , 3) هى منتصف $\overline{AB}$ حيث A (x , 5) ، B (2 , y) فما قيمة (x + y) ؟

(أ) 3　(ب) 5　(جـ) 7　(د) 9

⑥ أى مما يلى يساوى 8 y ؟

(أ) 5 + 3 y　(ب) 3 + 5 y
(جـ) 8 + y　(د) 3 y + 5 y

⑦ إذا انخفض سعر سلعة من 2,000 جنيه إلى 1,700 جنيه فما معدل التخفيض؟

(أ) 10 %　(ب) 15 %　(جـ) 25 %　(د) 27 %

المجموعة الثالثة

◂ أجب عن الأسئلة الآتية :

① اكتب فى أبسط صورة المقدار : 3 (a − 2 b) − 2 (a + b) ثم أوجد قيمة المقدار عندما a = 5 , b = − 1

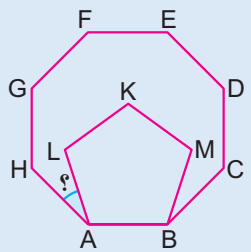
② اشترك ثلاثة أشخاص فى مشروع رأس ماله 750,000 جنيه بنسبة 3 : 5 : 4 احسب ما دفعه كل شخص فى رأس المال.

③ إذا كانت كتل مجموعة من الطلاب بالمدرسة بالكيلو جرام كما بالجدول التالى :

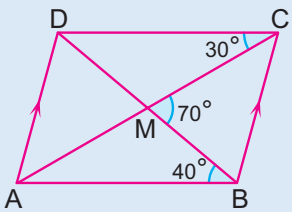
الكتلة (كجم)	72	73	75	76	77	78
التكرار	1	3	5	3	6	2

احسب الوسط الحسابى لكتل هؤلاء الطلاب.

④ فى الشكل المقابل :
ABCDEFGH ثمانى منتظم،
ABMKL خماسى منتظم
أوجد مع البرهان : m (∠ HAL)



⑤ فى الشكل المقابل :
$\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{M\}$
أثبت أن الشكل ABCD متوازى أضلاع.



الرياضيات

للصف الأول الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

2024 - 2025

ألوان الغلاف	وزن الغلاف	ألوان المتن	وزن المتن	المقاس
4 لون	180 جم كوشيه	4 لون	70 جم ورق أبيض	19 × 27 سم