

## إجابات تدريبات الدرس

### نظريات النهايات

#### تدريب ١

إذا كان  $q = 2s$  ،  $h = 3s$  ، فجد كلاً مما يأتي:

$$(1) \text{ نهايا } \left( \frac{q}{s} + h \right) \text{ نهايا } \left( \frac{q}{s} \right) \text{ نهايا } \left( \frac{q}{s} \right) \text{ نهايا } \left( \frac{q}{s} \right)$$

$$(3) \text{ نهايا } \left( \sqrt{3 + \frac{q}{s}} + \sqrt{\frac{q}{s}} \right) + 15$$

الحل:

$$(1) \text{ نهايا } \left( \frac{q}{s} + h \right) + \text{نهايا } \left( \frac{q}{s} \right) + \text{نهايا } \left( \frac{q}{s} \right) + \text{نهايا } \left( \frac{q}{s} \right)$$

$$2^{-} \times (2^{-} + 2(2^{-})) + 2^{-} \times 2 =$$

$$20 + 4^{-} = 2^{-} \times 10^{-} + 4^{-} =$$

$$16 =$$

$$(2) \text{ نهايا } \left( \frac{q}{s} \right) = \frac{1 \times 2}{1 + 2} = \frac{2}{3}$$

$$(3) \text{ نهايا } \left( \sqrt{3 + \frac{q}{s}} + \sqrt{\frac{q}{s}} \right) + 15$$

$$15 + \sqrt{1 + 1} \sqrt{3 + 1 \times 2} +$$

$$15 + \sqrt{2} \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$15 + \sqrt{2} \sqrt{4}$$

#### تدريب ٢

جد كلاً مما يأتي:

$$(2) \text{ نهايا } |s - 16|$$

$$(1) \text{ نهايا } |s - 8|$$

$$(3) \text{ نهايا } |s^2 - 16|$$

## الحل:

$$(1) \text{ نهيا } |8 - 0| = |8 - 0|$$

$$|8 - 0| =$$

$$|8| =$$

تعويض مباشر؛ لأن الصفر ليس جذر (صفر) للاقتزان ما داخل المطلق.

$$(2) \text{ نهيا } |16 - 0| = |16 - 0|$$

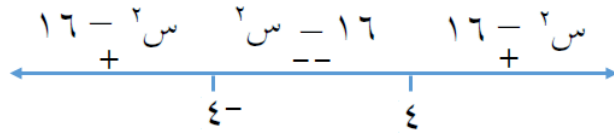
$$16 - 0 = 16 = \text{صفر} \leftarrow 16 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 16 \leq 0, \text{ نهيا } |16 - 0| \\ 16 > 0, \text{ نهيا } |16 - 0| \end{array} \right\} = |16 - 0|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } |16 - 0| = \text{صفر} \\ \text{نهيا } |16 - 0| = \text{صفر} \end{array} \right\} \iff \text{نهيا } |16 - 0| = \text{صفر}$$

$$(3) \text{ نهيا } |16 - 4| = |16 - 4|$$

$$16 - 4 = 12 = \text{صفر} \leftarrow 16 - 4 = 12$$



$$\text{نهيا } |16 - 4| = \text{صفر}$$

$$\text{نهيا } |16 - 4| = \text{صفر}$$

$$\text{نهيا } |16 - 4| = \text{صفر}$$

## تدريب 3

جد كلاً من النهايات الآتية:

$$(1) \text{ نهيا } [2 - 4]$$

$$(2) \text{ نهيا } [2 - 1]$$

$$(3) \text{ نهيا } [0, 25]$$

$$(4) \text{ نهيا } [1 + 1]$$

## الحل:

(١) نهيا [س - ٢]  $\leftarrow_{١}$  نعيد التعريف حول النقطة س = ١

$$\leftarrow \quad \begin{array}{c} 1 \\ \hline | \text{معامل س} | \\ \hline 1 \end{array} = \delta$$


$$\left. \begin{array}{l} 1 - \\ 2 > \text{س} \geq 1 \end{array} \right\} = [س - ٢]$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 - \\ 1 > \text{س} \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} = 1 - \\ \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} = 2 - \end{array} \right. \Rightarrow \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} \text{ غير موجودة}$$

$$\leftarrow \quad \begin{array}{c} 1 \\ \hline | \text{معامل س} | \\ \hline 1/2 \end{array} = \delta$$


$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر} \\ 2 \geq \text{س} > 1,5 \end{array} \right\} = [س^2 - ٤]$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \\ 1,5 \geq \text{س} \geq 1 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } [س^2 - ٤] \leftarrow_{1,5} = \text{صفر} \\ \text{نهيا } [س^2 - ٤] \leftarrow_{1,5} = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \text{نهيا } [س^2 - ٤] \leftarrow_{1,5} = 1 \text{ غير موجودة}$$

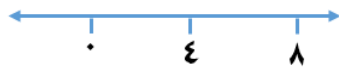
(٣) نهيا [س + ١]  $\leftarrow_{٠,١}$

$$\leftarrow \quad \begin{array}{c} 1 \\ \hline | \text{معامل س} | \\ \hline 1 \end{array} = \delta$$


$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{صفر} \geq \text{س} > 1 \end{array} \right\} = [س + ١]$$

نهيا [س + ١]  $\leftarrow_{٠,١} = 1$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$



$$\varepsilon = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq s < 4 \\ 8 < s \leq 4 \end{array} \right\} = [0, 25]$$

$$1 = \text{نهايا } [0, 25]_{\leftarrow \varepsilon}$$

$$\text{نهايا } [0, 25]_{\leftarrow \varepsilon} = \text{صفر}$$

$$\text{نهايا } [0, 25]_{\leftarrow \varepsilon} = \text{غير موجودة}$$

### تدريب ٤

إذا كان  $q(s) = [2 - s]$ ، فأجب عن كل مما يأتي:

(١) جد قيم  $a$  التي تجعل نهايا  $q(s)$  غير موجودة

(٢) جد قيم  $a$  التي تجعل نهايا  $q(s) = 1 - a$

**الحل:**

(١) قيم  $a$  هي جميع قيم  $a$  حيث:

$$a \in \mathbb{R}$$

(٢) قيم  $a$  هي  $(2, 3)$

### تدريب ٥

جد كلاً من النهايات الآتية:

$$(٢) \text{ نهايا } \sqrt{s-7}$$

$$(١) \text{ نهايا } \sqrt{s-7}$$

$$(٤) \text{ نهايا } \sqrt{s^2-25}$$

$$(٣) \text{ نهايا } \sqrt{s^2-25}$$

**الحل:**

(1) نهاية  $\sqrt{s-7}$  في  $s=7$  ← س = 7 = صفر ← س = 7

$$\left. \begin{aligned} \text{نهاية } \sqrt{s-7} \text{ في } s=7 &= \text{صفر} \\ \text{نهاية } \sqrt{s-7} \text{ في } s=7 &= \text{غير موجودة} \end{aligned} \right\} \text{نهاية } \sqrt{s-7} \text{ في } s=7 = \text{غير موجودة}$$

(2) نهاية  $\sqrt{s-7}$  في  $s=7$  ← س = 7 = صفر ← س = 7

(3) نهاية  $\sqrt{s^2-25}$  في  $s=5$  ← س = 5 = صفر ← س = 5



$$\left. \begin{aligned} \text{نهاية } \sqrt{s^2-25} \text{ في } s=5 &= \text{صفر} \\ \text{نهاية } \sqrt{s^2-25} \text{ في } s=5 &= \text{غير موجودة} \end{aligned} \right\} \text{نهاية } \sqrt{s^2-25} \text{ في } s=5 = \text{غير موجودة}$$

(4) نهاية  $\sqrt{s^2-49}$  في  $s=7$  ← س = 7 = صفر ← س = 7

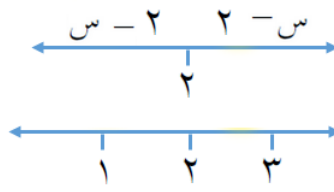
### تدريب 6

$$\left. \begin{aligned} s \leq 2 &, |s-2| \\ s > 2 &, [s-6] \end{aligned} \right\} = \text{إذا كان ق(س)}$$

فجد نهاية ق(س) في  $s=2$

الحل:

$$س - ٢ = \text{صفر} \leftarrow س = ٢$$



$$\left. \begin{array}{l} ٣ \geq س > ٢ , ٣ \\ ٢ \geq س > ١ , ٤ \end{array} \right\} = [س - ٦]$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ < س , ٢ - س \\ ٢ \geq س > ١ , ٤ \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهاق(س)} = \text{صفر} \\ \text{نهاق(س)} = ٤ \end{array} \right. \iff \text{نهاق(س)} = \text{غير موجودة}$$

## تدريب ٧

إذا كان ق(س) = [س + ٥] ، ل(س) = [س - ٤] ، فجد كلاً مما يأتي:

(١) نهاق(س)      (٢) نهاق(س)

(٣) نهاق(س) + ل(س)

ماذا تلاحظ؟

الحل:

(١) نهايات (س)  $1 = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 > s \geq 1, \quad 6 \\ 1 > s \geq 0, \quad 5 \end{array} \right\} = [5 + s]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 = \text{نهايات (س)}_{+1} \\ 5 = \text{نهايات (س)}_{-1} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهايات (س)}_{\pm 1} = \text{غير موجودة}$$

(٢) نهايات (س)

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \geq s > 1, \quad 2 \\ 1 \geq s > 0, \quad 3 \end{array} \right\} = [s - 4]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 = \text{نهايات (س)}_{+1} \\ 3 = \text{نهايات (س)}_{-1} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهايات (س)}_{\pm 1} = \text{غير موجودة}$$

(٣) نهايات (س) + (س) ل

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 > s > 1, \quad 8 \\ 1 > s > 0, \quad 8 \\ 1 = s, \quad 9 \end{array} \right\} = (س) ل + (س) ق$$

$$8 = \left( (س) ل + (س) ق \right)_{\pm 1} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 8 = \text{نهايات (س) ل + (س) ق}_{+1} \\ 8 = \text{نهايات (س) ل + (س) ق}_{-1} \end{array} \right.$$

لاحظ أنه قد تكون نهاية أحد الاقترانين أو كلاهما غير موجودة، ولكن قد تصبح النهاية موجودة بعد

تطبيق عملية حسابية عليها.