10

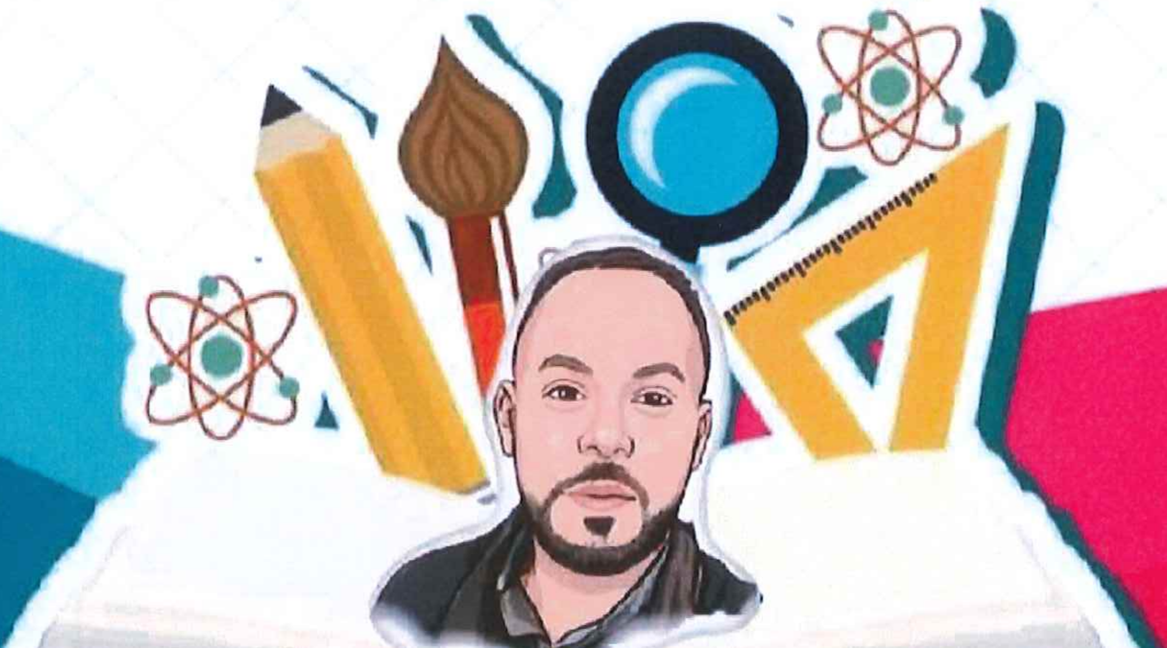
الرعد

في الرياضيات

الصف التاسع

الوحدة السابعة

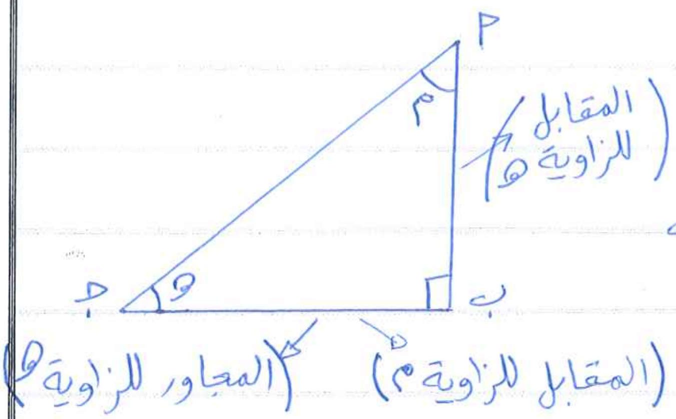
النسب المثلثية



0775052929

أ. سعد النخاية

الدرس (١) جيب الزاوية الحادة الوحدة (٧)



تذكير : نظرية فيثاغورس

$(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$

تستخدم لحساب طول ضلع في مثلث قائم الزاوية اذا علم طول ضلعان

أنظر إلى المثلث المجاور :

أ جـ : الوتر وهو دائماً الضلع المقابل للزاوية القائمة

أ ب : الضلع المقابل للزاوية هـ

ب جـ : الضلع المجاور للزاوية هـ

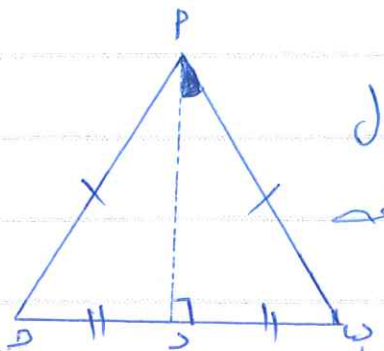
$\boxed{VIN}$: تسمى النسبة $\frac{المقابل}{الوتر}$ بالنسبة للزاوية هـ ب

جيب الزاوية حيث نرمز لها بالرمز جاهـ وعليه فإنه

$جاهـ = \frac{المقابل}{الوتر}$ ، $جام = \frac{المقابل}{الوتر}$

$= \frac{أ ب}{أ جـ}$ $= \frac{ب جـ}{أ جـ}$

ملاحظة :



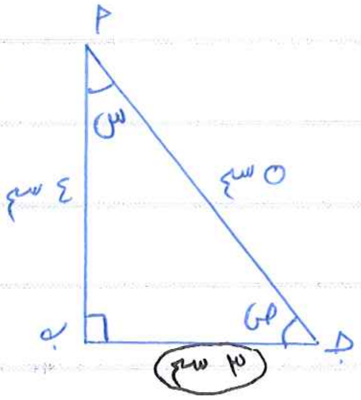
١) المثلث المتطابق الضلعين ، العامود النازل من الرأس على القاعدة ينصفها و ينصف زاوية الرأس .

ب د = د جـ & أ د ⊥ ب جـ

٢) نستطيع إيجاد الجيب للزوايا إذا كان المثلث قائم الزاوية فقط

٣) مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠°

٤) بما أن الوتر هو أطول ضلع من أضلاع المثلث فعلية قيمة الجيب للزوايا الحادة أقل من ١ .



مثال : جد جا س و جا ص في المثلث المجاور :

الحل : نطبق اولاً فيثاغورس :

$(٥)^2 = (٤)^2 + (\text{جـ ب})^2$

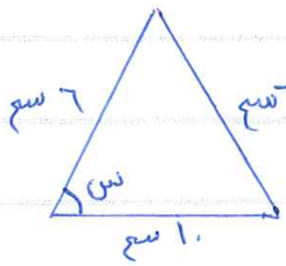
$٢٥ = ١٦ + (\text{جـ ب})^2$

$٩ = (\text{جـ ب})^2 \leftarrow \text{جـ ب} = ٣$ سم

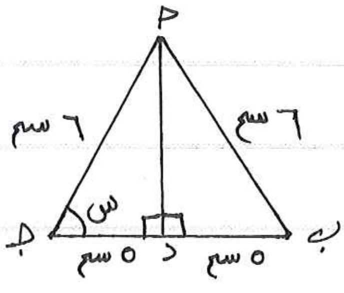
لا نأخذ القيمة السالبة لأنه لا يوجد طول سالب

وعليه جا س $= \frac{\text{جـ ب}}{\text{أ جـ}} = \frac{٣}{٥}$ ، جا ص $= \frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}} = \frac{٤}{٥}$

مثال : جد جا س في الشكل المجاور



الحل : "نلاحظ أن المثلث ليس قائم الزاوية"



نطبق فيثاغورس في المثلث أ د جـ لإيجاد طول أ د

$٣٦ = ٢٥ + (\text{أ د})^2$

$(\text{أ د})^2 = ١١ \leftarrow \text{أ د} = \sqrt{١١}$ سم

جا س $= \frac{\text{أ د}}{\text{أ جـ}} = \frac{\sqrt{١١}}{٦}$

استخدام الآلة الحاسبة :

① اوجد جا ٣٠° : افتح الآلة الحاسبة ثم اضغط على المفتاح $\boxed{\sin}$ ثم أدخل ٣٠° فيكون الناتج جا ٣٠° = ٠,٥

② إذا كان جا هـ = ٠,٥٧٣٦ ، جد قياس الزاوية هـ حيث هـ : زاوية حادة

نقوم بفتح الآلة الحاسبة ، نضغط $\boxed{\text{Shift}}$ ومن ثم على زر $\boxed{\sin}$ فيظهر $\sin^{-1}$ ثم ندخل ٠,٥٧٣٦ فيظهر قيمة الزاوية هـ وعليه هـ = ٣٥°

ملاحظة : توجد بعض الزوايا مثل ٣٠° ، ٦٠° نستطيع حساب الجيب لها بدون آلة حاسبة ويمكن ايضاً حفظها لتسريع الحل

جدول الجيب للزوايا المشهورة

الزاوية	٠°	٣٠°	٤٥°	٦٠°	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°
جا الزاوية	٠	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	١	٠	-١

↓

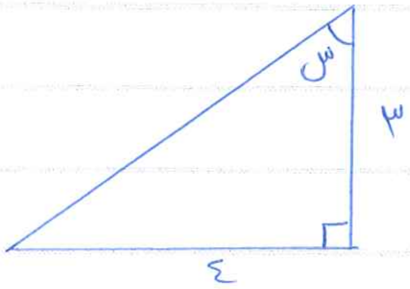
$\frac{\sqrt{2}}{2}$ ← مرادف

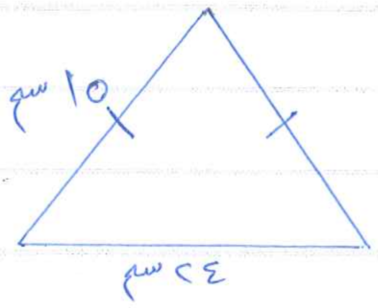
الاستاذ : رعد الخمايسة

الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

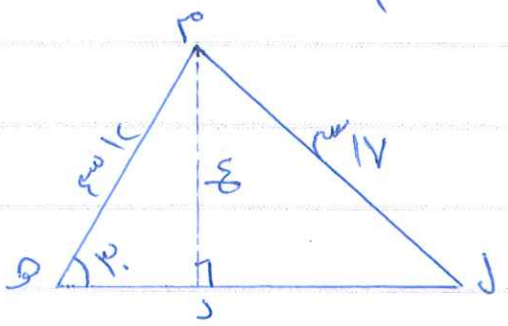
ورقة عمل على درس جيب الزوايا الحادة

1 اوجد جاس في كل مما يأتي

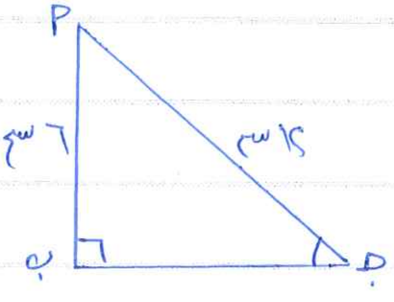




2 في الشكل المجاور، جد جا(ل)

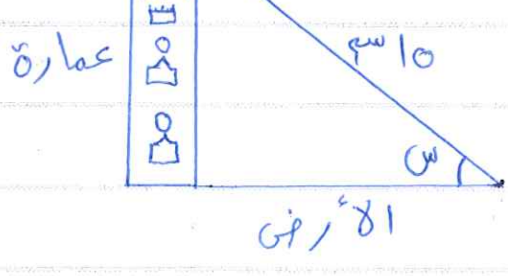


3 جد قياس الزاوية ج في الشكل المجاور



4 في الشكل المجاور ، جد طول العمارة

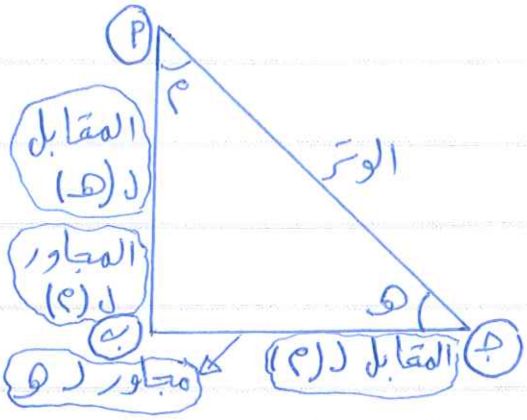
علماً بأنه جاس = $\frac{٣}{٥}$



الاستاذ : رعد الخمايسة | الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

الدرس (٢) جيب تمام الزاوية الحادة — الوحدة (٧)

مقدمة :



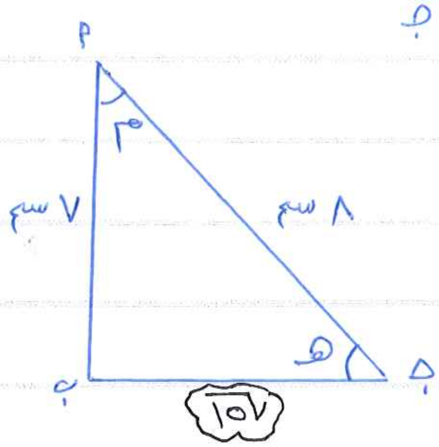
انظر إلى المثلث المجاور

لاحظ ب جـ مجاور للزاوية (هـ)

وعليه تسمى النسبة $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ بالنسبة

للزاوية (هـ) بـ جيب تمام الزاوية حيث نرمز له بالرمز جتا هـ

وعليه فإن جتا هـ = $\frac{\text{جـ ب}}{\text{أ جـ}}$ ، جتا م = $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$



مثال : معتمداً على الشكل المجاور

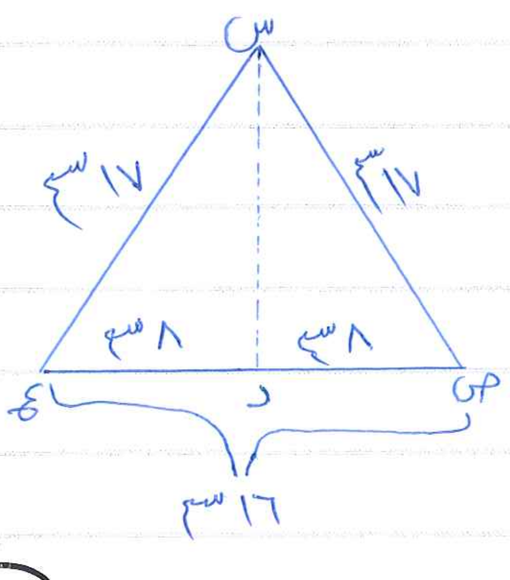
أوجد جتا هـ و جتا م

الحل : نطبق فيثاغورس

٦٤ = ٤٩ + (جـ ب)^2

(جـ ب)^2 = ١٥ ← جـ ب = √١٥

جتا هـ = $\frac{\sqrt{١٥}}{٨}$ و جتا م = $\frac{٧}{٨}$



تدريب (٧-٤) في الشكل المجاور

إذا كان س ص = س ع = ١٧ سم

وكان ص ع = ١٦ سم فجد كلاً مما

يأتي

① جا ع

② جتا ع

③ جتا ∠ د س ع

الاستاذ : رعد الخمايسة | الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

الحل: العمود النازل من رأس المثلث على القاعدة ينصفها «خصائص المثلث المتطابق الضلعين»

نطبق فيثاغورس على المثلث س ص د:

$(١٧)^٢ = (٨)^٢ + (\text{س د})^٢$

$٢٨٩ = ٦٤ + (\text{س د})^٢ \leftarrow (\text{س د})^٢ = ٢٢٥ \leftarrow \text{س د} = ١٥$ سم

① جا ع $= \frac{١٥}{١٧}$ ② جتا ع $= \frac{٨}{١٧}$ ③ جتا ∡ د س ع $= \frac{١٥}{١٧}$

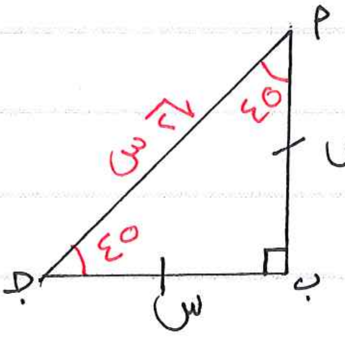
تدريب (٧-٥) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه أ ب = ب جـ = س

جد:

أ) ق∡أ + ق∡جـ   ب) أ جـ   جـ) جتا أ

د) جا أ   هـ) جتا جـ   و) جا جـ

ز) جتا² أ + جتا² (٩٠ − أ)



الحل: نطبق فيثاغورس

$(\text{أ جـ})^٢ = \text{س}^٢ + \text{س}^٢ = ٢\text{س}^٢$ أجذر الطرفين

$\leftarrow \text{أ جـ} = \sqrt{٢}\,\text{س}$

(أ) $٤٥° + ٤٥° = ٩٠$ «المثلث متطابق الضلعين تكون زوايا القاعدة فيه متساوية»

(ب) أ جـ $= \sqrt{٢}$ س من فيثاغورس

(جـ) جتا أ $= \frac{\text{س}}{\sqrt{٢}\,\text{س}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ (د) جا أ $= \frac{\text{س}}{\sqrt{٢}\,\text{س}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

(هـ) جتا جـ $= \frac{\text{س}}{\sqrt{٢}\,\text{س}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ (و) جا جـ $= \frac{\text{س}}{\sqrt{٢}\,\text{س}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

(ز) جتا² أ + جتا² (٩٠ − أ)   ٩٠ − أ = جـ

جتا² أ + جتا² جـ $\Leftarrow \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^٢ + \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^٢ = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} = ١$

الاستاذ : رعد الخمايسة | الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

كيف نجد جيب تمام الزاوية بالالة الحاسبة :-

* الرمز على الآلة الحاسبة $\boxed{\cos}$

مثال : ١ اوجد جتا ٣٢°

الحل : نفتح الالة الحاسبة نضغط على $\boxed{\cos}$ ثم ندخل ٣٢

فيكون الناتج جتا ٣٢° = ٠,٨٤٨٠

٢ جد قيمة الزاوية هـ إذا كان جتا هـ = ٠,٧٢

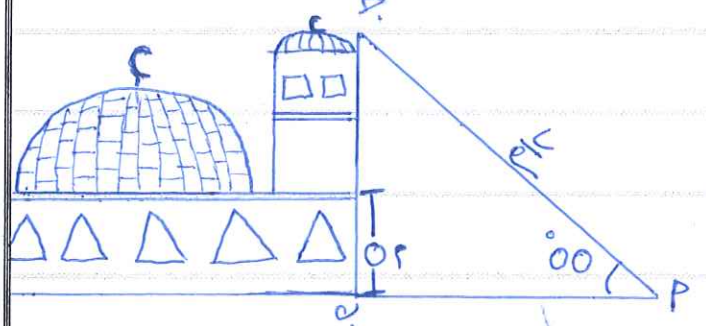
الحل : في هذه الحالة نضغط على $\boxed{\text{Shift}}$ ومن ثم على $\boxed{\cos}$

فيظهر $\cos^{-1}$ ثم ندخل ٠,٧٢ فينتج هـ = ٤٣,٩

تدريب (٧-٦) رصد شخص من النقطة أ مئذنة مسجد حيث تبعد النقطة أ ١٢م عن قمة المئذنة ، فإذا كان قياس الزاوية أ = ٥٥° فجد

١ بعد النقطة أ عن المسجد

٢ ارتفاع المئذنة عن سطح المسجد إذا كان ارتفاع المسجد ٥ م



الحل : المطلوب أب

(عالحاسبه)

١) جتا ٥٥° = $\frac{\text{أب}}{١٢}$ ضرب تبادلي ⟸ أب = ١٢ جتا ٥٥°

⟸ أب = ١٢ × ٠,٥٧٣٦ = ٦,٨٨ م

(عالحاسبه)

٢) جا ٥٥° = $\frac{\text{جب}}{١٢}$ ضرب تبادلي ⟸ جب = ١٢ × جا ٥٥°

⟸ جب = ١٢ × ٠,٨١٩٢

= ٩,٨٣ م

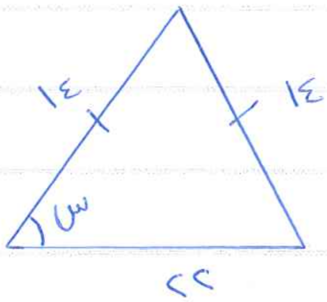
ارتفاع المئذنة = ٩,٨٣ - ٥ = ٤,٨٣ م #

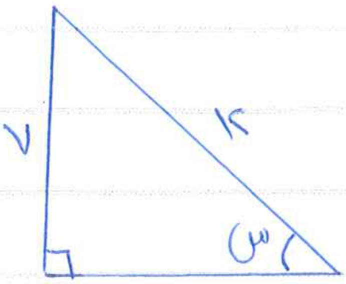
الاستاذ : رعد الخمايسة

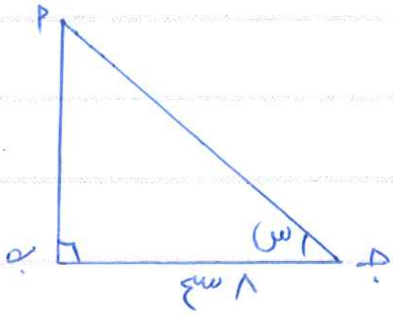
الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

ورقة عمل الدرس (٢)

$\boxed{١}$ أوجد جتا س في الأشكال المجاورة

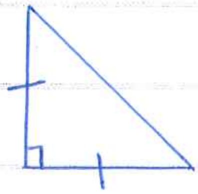






$\boxed{٢}$ معتمداً على الشكل المجاور

إذا كان جتا س = $\frac{٤}{٥}$ جد محيط المثلث



$\boxed{٣}$ معتمداً على الشكل المجاور بيّن أن جتا ٤٥° = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

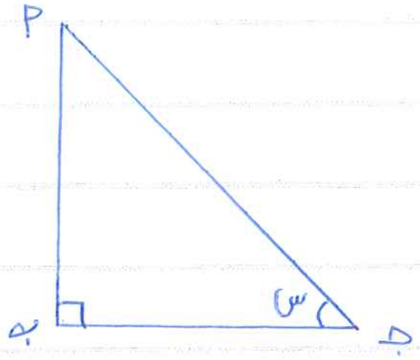
$\boxed{٤}$ س ص ع ل مستطيل فيه س ص = ٥سم ، ص ع = ١٢سم أوجد

جتا ∠ س ع ل

الأستاذ : رعد الخمايسة | الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

الدرس (٣) ظل الزاوية الحادة   الوحدة (٧)

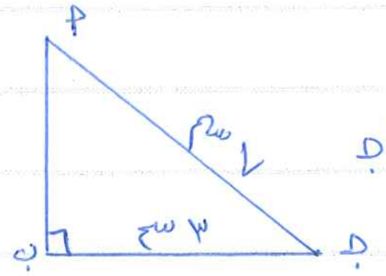
مقدمة :



الزاوية (س) نلاحظ أن المقابل لها أب والمجاور لها جـ ب

وتسمى النسبة $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ ب

ظل الزاوية (س) ويرمز لها بالرمز ظاس ومنه ظاس = $\frac{\text{أب}}{\text{جـب}}$



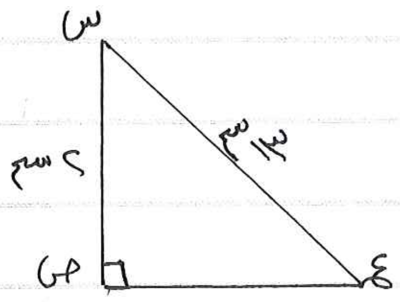
مثال : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه أجـ = ٧سم ، ب جـ = ٣سم أوجد ظاجـ

الحل : نطبق فيثاغورس

$(٧)^2 = (٣)^2 + (\text{أب})^2 \leftarrow ٤٩ = ٩ + (\text{أب})^2$

$\leftarrow (\text{أب})^2 = ٤٠ \leftarrow \text{أب} = \sqrt{٤٠} = ٢\sqrt{١٠}$

$\text{ظاجـ} = \frac{\sqrt{٤٠}}{٣} = \frac{٢\sqrt{١٠}}{٣}$



تدريب (٧-٧) س ص ع مثلث قائم في ص فيه س ص = ٢سم ، س ع = ١٣سم جد ظاع ، ظاس

الحل : نطبق فيثاغورس

$(١٣)^2 = (٢)^2 + (\text{ع ص})^2 \leftarrow ١٦٩ = ٤ + (\text{ع ص})^2$

$\leftarrow (\text{ع ص})^2 = ١٦٥ \leftarrow \text{ع ص} = \sqrt{١٦٥}$

$\text{ظاع} = \frac{٢}{\sqrt{١٦٥}}$ ، $\text{ظاس} = \frac{\sqrt{١٦٥}}{٢}$

الاستاذ : رعد الخمايسة | | الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

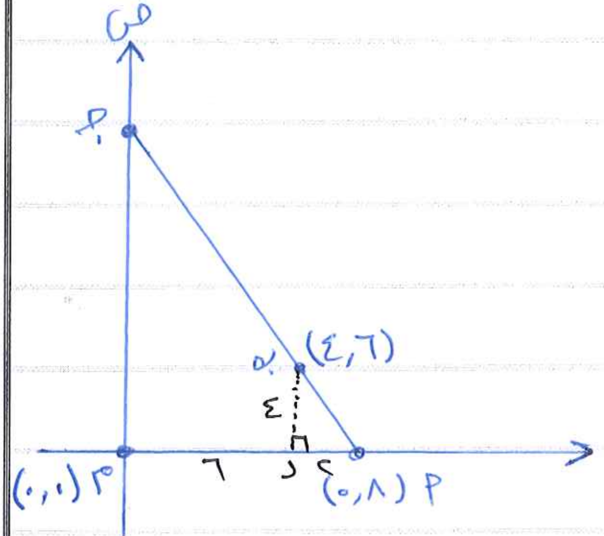
استخدام الآلة الحاسبة

$\boxed{1}$ اوجد ظا ٣٢°

الحل : نفتح الاله الحاسبة ، نضغط على المفتاح $\boxed{tan}$ ثم ندخل ٣٢° فيكون الناتج ظا ٣٢° = ٠,٦٢٤٨

$\boxed{2}$ جد قياس الزاوية هـ إذا كان ظا هـ = ٠,٤٤٥٢

الحل : نضغط على $\boxed{shift}$ ثم نضغط على $\boxed{tan}$ فيظهر tan^{-1} ثم ندخل ٠,٤٤٥٢ فيظهر الناتج هـ = ٢٤°



(تدريب (٧-٨)) في الشكل المجاور

أ (٨،٠) ، ب (٦،٤) ، م (٠،٠)

والنقطة جـ تقع على محور الصادات

الموجب جد :

أ) ظا ∢ م أ جـ

ب) إحداثيات النقطة جـ

الحل : أنزل عامود من ب على محور السينات الموجب

أ) ظا ∢ م أ جـ = $\frac{٤}{٢}$ = ٢ حيث أستخدمنا المثلث أ د ب

ب) ظا ∢ م أ جـ = $\frac{\text{جـ م}}{\text{أ م}}$ استخدمنا المثلث أ م جـ

$\frac{٢}{١} = \frac{\text{جـ م}}{٨}$ ضرب تبادلي

جـ م = ١٦

∴ إحداثي جـ (٠،١٦)

فكر

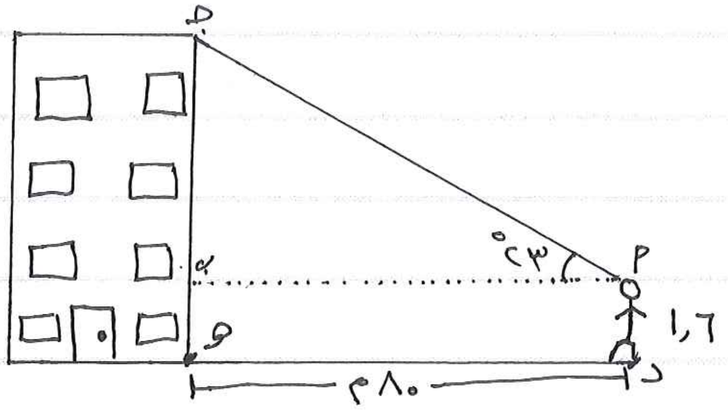
نستطيع حساب طول م جـ من خلال تشابه المثلثات ؟

الاستاذ : رعد الخمايسة

الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

تدريب (٧ - ٩)

وقف أحمد على بعد ٨٠م من قاعدة بناية وكان قياس الزاوية المحصورة بين خط نظرة المار بقمة البناية والخط الأفقي ٢٣° إذا كان طول أحمد ١,٦م كيف تساعد احمد في حساب ارتفاع البناية



الحل:

المطلوب جـ هـ

ظا ٢٣ = $\frac{\text{جـ ب}}{٨٠}$ ضرب تبادلي

جـ ب = ظا ٢٣ × ٨٠

= ٠,٤٢٤٥ × ٨٠ = ٣٣,٩٦ م

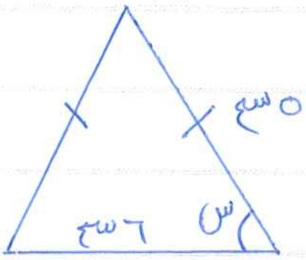
طول البناية = جـ ب + ب هـ

= ٣٣,٩٦ + ١,٦ = ٣٥,٥٦ م #

الاستاذ : رعد الخمايسة

الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

ورقة عمل (٣) ظل الزاوية الحادة



١ في الشكل المجاور اوجد ظاس

٢ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه أب = ١٢سم ، أجـ = ١٣سم

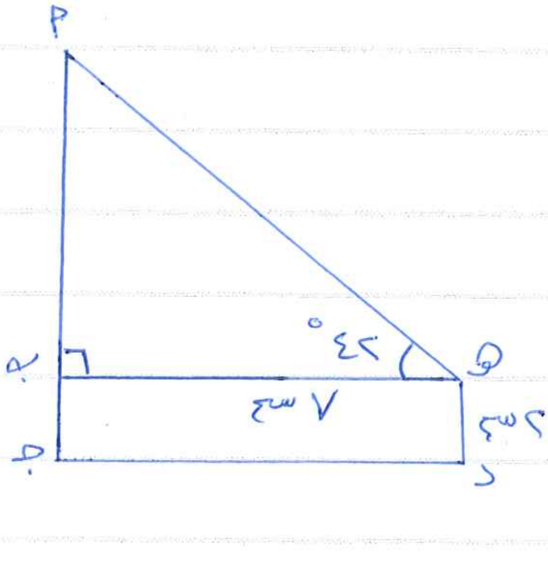
أوجد

أ) ظا أ ب) ظا جـ جـ) ظا^{2}(٩٠ - أ)

٣ جد القيمة العددية للمقدار :

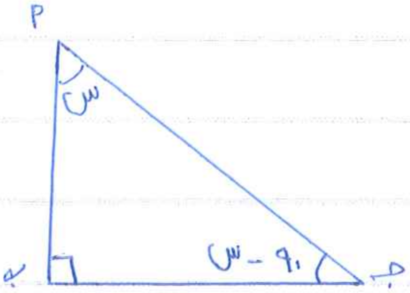
$$\frac{\text{٤ ظا ٤٥° + جتا ٦٠°}}{\text{جا ٣٠°}}$$

٤ في الشكل المجاور جد أجـ



الدرس (٤) العلاقة بين النسب المثلثية الوحدة (٧)

مقدمة :-



بالنسبة إلى الشكل المجاور

جاس = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$ ، جتا (٩٠ - س) = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$

لهما نفس القيمة

قاعدة (١)

جاس = جتا (90 - س) وكذلك جا (90 - س) = جتا س

توضيح

إذا كانت هنالك زاويتان حادتان ومجموعهما ٩٠° فإن جيب أحدهما يساوي جيب تمام الأخرى والعكس

مثلاً" جا ٢٠° = جتا ٧٠° ← ٢٠ + ٧٠ = ٩٠

جتا ١٠° = جا

جا ٢٥° = جتا

ويمكن التأكد من ذلك باستخدام الآلة الحاسبة

مثال : $\boxed{1}$ إذا كان جا ٢٣° = ٠,٣٩٠٧ . جد جتا ٦٧° دون استخدام الآله الحاسبة

الحل : جتا ٦٧° = جا (٩٠ - ٦٧) = جا ٢٣° = ٠,٣٩٠٧

$\boxed{2}$ جد القيمة العددية لـ جتا٥٠ - جا٤٠

الحل : جا (٩٠ - ٥٠) = جا٤٠ = جتا٥٠

جا ٤٠ - جا ٤٠ = ٠

الخلاصة

جا زاوية = جتا متممتها & جتا زاوية = جا متممتها

تدريب (٧ - ١٠)

أ) إذا كان جا س = ٠,٣٥٨٤ ، فما قيمة جتا (٩٠ - س)

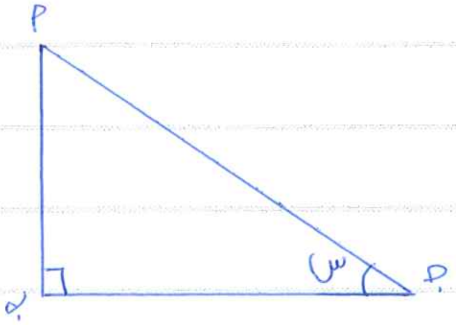
الحل : جتا (٩٠ - س) = جا س = ٠,٣٥٨٤

ب) جد القيمة العددية للمقدار جا ٢٥ - جتا ٦٥

الحل : جتا (٩٠ - ٢٥) - جتا ٦٥

جتا ٦٥ - جتا ٦٥ = ٠

Rem : من قاعدة (١) جا س = جتا س عند س = ٤٥ حيث س : زاوية حادة



أنظر إلى المثلث المجاور :

جا س = $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}}$ ، جتا س = $\frac{\text{بجـ}}{\text{أجـ}}$

لنجد قيمة جا²س + جتا²س

$\left(\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}}\right)^2 + \left(\frac{\text{بجـ}}{\text{أجـ}}\right)^2 = \frac{(\text{أب})^2}{(\text{أجـ})^2} + \frac{(\text{بجـ})^2}{(\text{أجـ})^2}$ المقامات موحدة

$\frac{(\text{أب})^2 + (\text{بجـ})^2}{(\text{أجـ})^2}$ لكن $(\text{أجـ})^2 = (\text{أب})^2 + (\text{بجـ})^2$ فيثاغورس

وعليه $\Leftarrow \frac{(\text{أجـ})^2}{(\text{أجـ})^2} = ١$

$$\boxed{\text{قاعدة (٢)} \quad \text{جا}^2\text{س} + \text{جتا}^2\text{س} = ١}$$

تدريب (٧-١١)

إذا كانت س زاوية حادة وكان جتاس = $\frac{٥}{١٣}$ فما قيمة جاس

الحل: نستخدم قاعدة (٢)

جا²س + جتا²س = ١

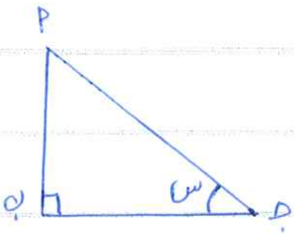
جا²س + $\left(\frac{٥}{١٣}\right)^2$ = ١ ⇐ جا²س + $\frac{٢٥}{١٦٩}$ = ١

⇐ جا²س = ١ - $\frac{٢٥}{١٦٩}$ ⇐ جا²س = $\frac{١٤٤}{١٦٩}$ ⇐ جاس = $\frac{١٢}{١٣}$

أو جاس = $-\frac{١٢}{١٣}$ لكن نهمل القيمة السالبة لأن س زاوية حادة

سؤال: هل توجد علاقة بين جاس ، جتاس ، ظاس ؟

انظر إلى المثلث المجاور



جاس = $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}}$ ، جتاس = $\frac{\text{بجـ}}{\text{أجـ}}$

ظاس = $\frac{\text{أب}}{\text{بجـ}}$

لنجد $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$ = $\frac{\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}}}{\frac{\text{بجـ}}{\text{أجـ}}}$ = $\frac{\text{أب}}{\cancel{\text{أجـ}}} \times \frac{\text{أجـ}}{\text{بجـ}}$ = $\frac{\text{أب}}{\text{بجـ}}$

وعليه: $\boxed{\text{قاعدة (٣): ظاس} = \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}}$

مثال : $\boxed{1}$ (س) زاوية حادة ، جاس = $\frac{3}{4}$ أوجد ظاس ؟

الحل : نحتاج معرفة جتاس

جا²س + جتا²س = ١

$\frac{9}{16}$ + جتا²س = ١ ← جتا²س = ١ - $\frac{9}{16}$ = $\frac{7}{16}$ اجذر الطرفين

جتاس = $\frac{\sqrt{7}}{4}$

وعليه ظاس = $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$ = $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{\sqrt{7}}{4}}$ = $\frac{3}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{\sqrt{7}}$ = $\frac{3}{\sqrt{7}}$

$\boxed{2}$ (س) زاوية حادة ، ظاس = ٢ جد جاس ، جتاس

الحل :

نلاحظ أن قاعدة ٢ ، ٣ لا نستطيع تطبيقها مباشرة ، في هذا النوع من الأسئلة نستخدم العلاقتين معاً.

ظاس = $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$ = $\frac{2}{1}$ تبادلي ⟸ جاس = ٢جتاس

لكن : جا²س + جتا²س = ١ نعوض مكان جاس ب ٢جتاس

(٢جتاس)² + جتا²س = ١

٤جتا²س + جتا²س = ١

٥جتا²س = ١ نقسم على (٥)

جتا²س = $\frac{1}{5}$ ← جتاس = $\frac{1}{\sqrt{5}}$

لكن : جاس = ٢جتاس = $2 \times \frac{1}{\sqrt{5}}$ = $\frac{2}{\sqrt{5}}$

∴ جاس = $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ، جتاس = $\frac{1}{\sqrt{5}}$

تدريب (٧-١٢) إذا كانت (هـ) زاوية حادة وكان جاهـ = ٥ جتاهـ

فجد : أ) ظاهـ ب) جتاهـ

الحل : (أ) ظاهـ = $\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}}$ = $\frac{\text{٥ } \cancel{\text{جتاهـ}}}{\cancel{\text{جتاهـ}}}$ = ٥

(ب) جا²هـ + جتا²هـ = ١

٢٥ جتا²هـ + جتا²هـ = ١

٢٦ جتا²هـ = ١ ← جتا²هـ = $\frac{١}{٢٦}$ ← جتاهـ = $\frac{١}{\sqrt{٢٦}}$

تدريب (٧-١٣) اجب عما يلي دون استخدام الآلة الحاسبة

١) جد القيمة العددية للمقدار : جا ٣٣ - جتا ٥٧

الحل : جتا(٩٠ - ٣٣) - جتا ٥٧ = جتا ٥٧ - جتا ٥٧ = صفراً

٢) إذا كان جا ١٧ = ٠,٣ فما قيمة جا ٧٣

الحل : جا ١٧ = جتا (٩٠ - ١٧) = جتا ٧٣ = ٠,٣

لكن : من قاعدة (٢)

جا² ٧٣ + جتا² ٧٣ = ١

جا² ٧٣ + ٠,٠٩ = ١

جا² ٧٣ + ٠,٠٩ = ١

جا² ٧٣ = ١ - ٠,٠٩ = ٠,٩١ أجذر الطرفين

جا ٧٣ = $\sqrt{٠,٩١}$ = $\sqrt{\frac{٩١}{١٠٠}}$ = $\frac{\sqrt{٩١}}{١٠}$

الاستاذ : رعد الخمايسة

الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

ورقة عمل (٤) الدرس الرابع

[1] ① جتاس = ٠,٥٣ جد جا (٩٠ - س)

② س: زاوية حادة ، جتاس = ٣ جاس جد ظاس

③ جد القيمة العددية للمقدار جتا ٣١° - جا ٥٩°

[2] س زاوية حادة وكان جتا (٩٠ - س) = ٠,٣ جد:

أ) جتاس ب) جاس جـ) ظاس

[3] س: زاوية حادة ، جاس = $\frac{٤}{٥}$ جد جتاس ، ظاس

[4] س: زاوية حادة ، ظاس = ٤ جد جاس ، جتاس

[5] جد القيمة العددية لـ: (دون استخدام الآلة الحاسبة)

أ) جتا² ١٠ + جتا² ٨٠ ب) $\frac{\text{جا ٣٥}}{\text{جتا ٥٥}}$ جـ) ظا ٢١ × ظا ٦٩

[6] جا ٤٠ = ٠,٦٤٣ ، جتا ٧٠ = ٠,٣٤٢ جد قيمة:

٣ جتا ٥٠ + ٢ جا ٢٠

[7] جا ٤س = جتا ٥س جد س حيث ٠ < س < ١٨٠

الاستاذ : رعد الخمايسة

الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

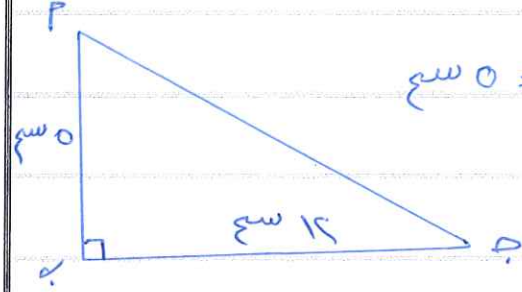
الدرس (٥) حل المثلث قائم الزاوية الوحدة (٧)

مقدمة :-

كما نعلم بأن المثلث يوجد فيه ٣ زوايا و ٣ اضلاع والمقصود بحل المثلث هو إيجاد اطوال اضلاعه وقياسات زواياه .

* لكي نتمكن من إيجاد أطوال وقياسات زوايا المثلث يجب توفر قدر معين من المعطيات تساعدنا على إيجاد العناصر الأخرى كما يلي

$\boxed{1}$ توفر أطوال ضلعين : في هذه الحالة نجد الضلع الثالث باستخدام فيثاغورس ونستعين بنسبة مثلثية لمعرفة زاوية ، ثم نجد الزاوية الثالثة من خلال الأستفادة من مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠



مثال : حل المثلث أ ب جـ والذي فيه أ ب = ٥ سم

ب جـ = ١٢ سم والقائم الزاوية في ب

الحل : نطبق فيثاغورس

(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 = ٢٥ + ١٤٤

(أ جـ)^2 = ١٦٩ ← أ جـ = ١٣ سم

نستخدم نسبة مثلثية

جا أ = $\frac{١٢}{١٣}$ هنا نستخدم الآلة الحاسبة حيث نضغط

$\boxed{\text{shift}}$ ثم $\boxed{\sin}$ فيظهر $\sin^{-1}$ ثم ندخل $\frac{١٢}{١٣}$ فيظهر الزاوية

أ ≃ ٦٧°

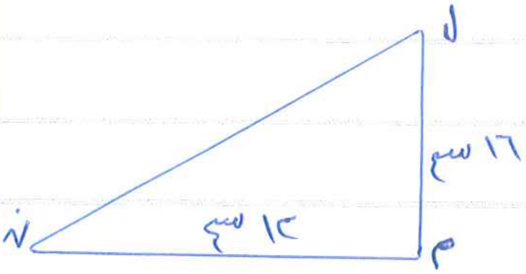
لإيجاد الزاوية جـ :

جـ = ١٨٠ − (٩٠ + ٦٧) = ٢٣°

الاستاذ : رعد الخمايسة
الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

تدريب (٧-١٤) حل المثلث ل م ن القائم الزاوية في م الذي فيه

ل م = ١٦ سم ، م ن = ١٢ سم



الحل: نطبق فيثاغورس

$(ل ن)^2 = (ل م)^2 + (م ن)^2 = ٢٥٦ + ١٤٤$

$(ل ن)^2 = ٤٠٠ \longleftarrow ل ن = ٢٠$

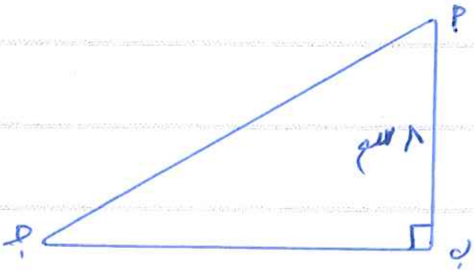
جا ل = $\frac{١٢}{٢٠} = \frac{٣}{٥}$ باستخدام الحاسبة ل ≈ ٣٧°

ن = ١٨٠ − (٣٧ + ٩٠) = ٥٣°

[٢] توفر ضلع ونسبة مثلثية: نبدأ بالآلة الحاسبة لإيجاد الزاوية المعطاة نسبتها المثلثية ثم نجد مباشرة الزاوية الثالثة من خلال معرفتنا أن مجموع زوايا المثلث ١٨٠° ثم نستفيد من النسبة المثلثية المعطاة لإيجاد ضلع ونجد الضلع الثالث باستخدام فيثاغورس

مثال: حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب والذي فيه

جا جـ = ٠,٨ ، أ ب = ٨ سم



الحل: جا جـ = ٠,٨ باستخدام الحاسبة

جـ ≈ ٥٣°

أ = ١٨٠ − (٩٠ + ٥٣) = ٣٧°

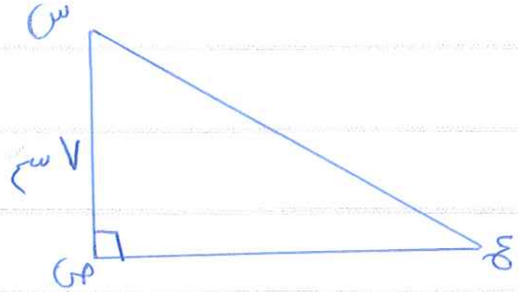
جا جـ = $\frac{أ ب}{أ جـ} \longleftarrow \frac{٨}{١٠} = \frac{٨}{أ جـ}$ ∴ أ جـ = ١٠

نستخدم فيثاغورس

$(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$

$١٠٠ = ٦٤ + (ب جـ)^2 \longleftarrow (ب جـ)^2 = ٣٦ \longleftarrow$ ب جـ = ٦ سم

تدريب (٧-١٠) حل المثلث س ص ع القائم الزاوية في ص الذي فيه س ص = ٧ سم ، ظا س = ١



الحل : ظا س = ١ باستخدام الحاسبة

س = ٤٥°

ع = ١٨٠ - (٩٠ + ٤٥) = ٤٥°

ظا س = $\frac{\text{ع ص}}{\text{س ص}}$ ← ١ = $\frac{\text{ع ص}}{٧}$ تبادلي ← ع ص = ٧ سم

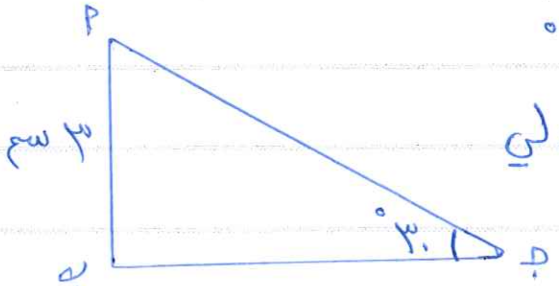
نطبق فيثاغورس

(س ع)^٢ = (ع ص)^٢ + (س ص)^٢ = ٤٩ + ٤٩

(س ع)^٢ = ٩٨ ← س ع = $\sqrt{٩٨}$ = $\sqrt{٤٩ \times ٢}$ = ٧$\sqrt{٢}$ سم

$\boxed{٣}$ طول ضلع وزاوية : نجد اولاً الزاوية من خلال الاستفادة من مجموع زوايا المثلث = ١٨٠° ، ثم نختار نسبة مثلثية تربط زاوية مع الضلع المعطى ومن ثم فيثاغورس

مثال : حل المثلث القائم الزاوية أ ب جـ في ب والذي فيه قياس الزاوية جـ = ٣٠° ، أ ب = ٣ سم



الحل : أ = ١٨٠ - (٩٠ + ٣٠) = ٦٠°

جا ٣٠° = $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$ ← $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{\text{أ جـ}}$ تبادلي

أ جـ = ٦ سم

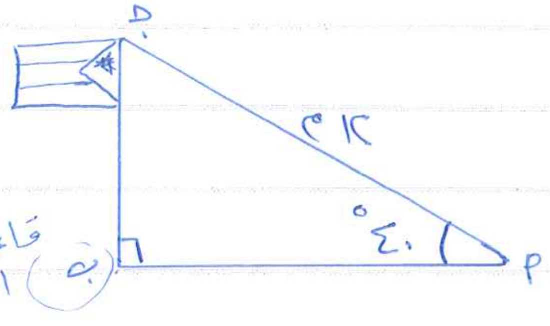
نطبق فيثاغورس

(أ جـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ ← ٣٦ = ٩ + (ب جـ)^٢

(ب جـ)^٢ = ٢٧ ← ب جـ = $\sqrt{٢٧}$ = $\sqrt{٩ \times ٣}$ = ٣$\sqrt{٣}$ سم

الأستاذ : رعد الخمايسة | الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

تدريب (٧-١٦) : وقف بشار عند النقطة أ التي تبعد ١٢م عن قمة سارية علم المدرسة فإذا كان قياس الزاوية أ يساوي ٤٠° كما في الشكل . فجد



١) قياس الزاوية جـ

٢) المسافة بين النقطة أ و ب

٣) ارتفاع السارية

الحل:

١) جـ $= ١٨٠ - (٩٠ + ٤٠) = ٥٠°$

٢) جتا ٤٠ $= \frac{\text{أب}}{\text{أجـ}}$ باستخدام الحاسبة

$٠,٧٦ = \frac{\text{أب}}{١٢}$ تبادلي أب ≈ ٩م

٣) نطبق فيثاغورس

$(\text{أجـ})^2 = (\text{أب})^2 + (\text{جـب})^2$

$١٤٤ = ٨١ + (\text{بجـ})^2$

$(\text{بجـ})^2 = ٦٣ \leftarrow \text{بجـ} = \sqrt{٦٣} = \sqrt{٩ \times ٧} = ٣\sqrt{٧}$ م

الاستاذ : رعد الخمايسة | الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

ورقة عمل (٥)

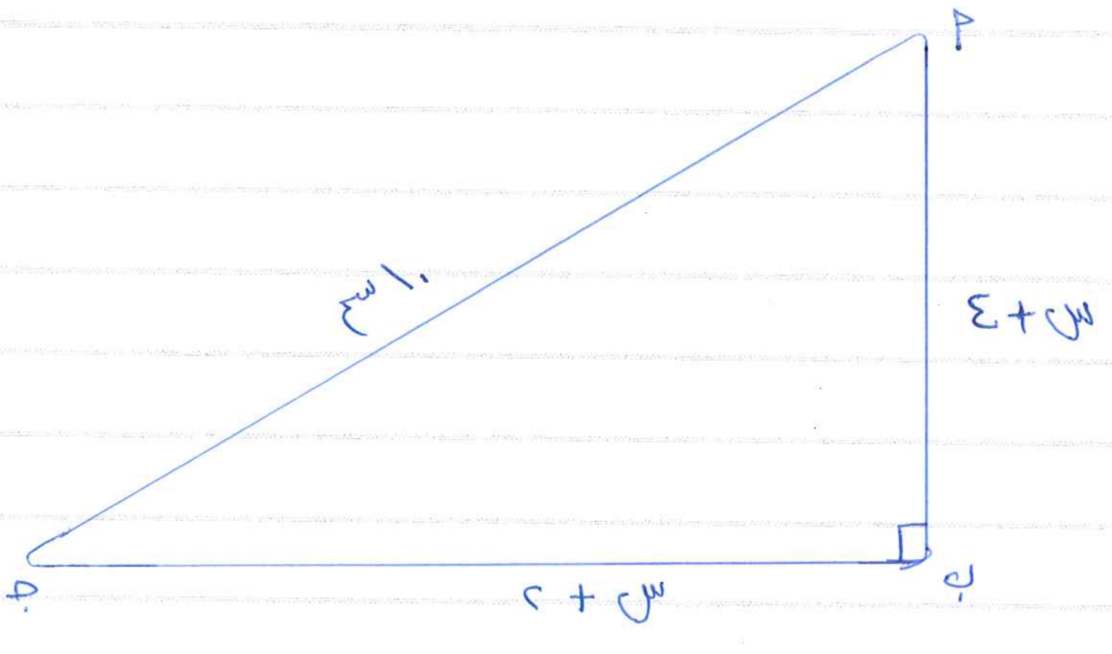
$\boxed{١}$ حل المثلث القائم الزاوية في كل مما يأتي

أ) أ ب جـ مثلث قائم في ب ، فيه أ جـ = ٥ سم و أ ب = ٣ سم

ب) س ص ع قائم الزاوية في ص ، فيه س ع = ٨ سم وقياس الزاوية ع يساوي ٦٠°

جـ) أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، فيه جا جـ = $\frac{١}{٢}$ و أ ب = ٧ سم

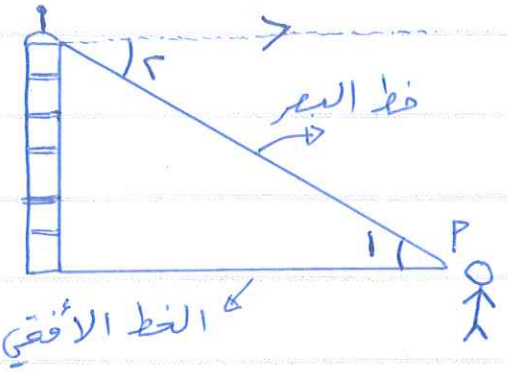
$\boxed{٢}$ جد أطوال أضلاع المثلث المجاور



الاستاذ : رعد الخمايسة | الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

الدرس (٦)   زوايا الارتفاع والانخفاض   الوحدة (٧)

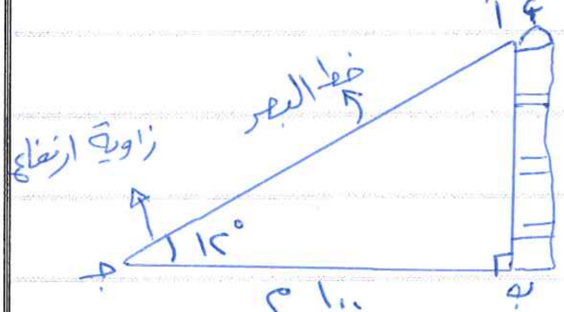
مقدمة



انظر إلى الشكل المجاور ، يرصد شخص منه قمة مئذنة من النقطة (م)
يسمى الخط المستقيم المار بعين الناظر وقمة المئذنة خط البصر

وتسمى الزاوية المحصورة بين خط البصر والخط الأفقي المار بعين الناظر زاوية ارتفاع المئذنة ، لكن في حين إذا نظر الشخص من اعلى القمة إلى الشخص في الأسفل فتسمى الزاوية المحصورة بين خط البصر والخط الأفقي بعين الناظر ب : زاوية انخفاض المئذنة

مثال : ١) من نقطة على سطح الأرض تبعد ١٠٠ م عن قاعدة مئذنة وجد أن قياس زاوية ارتفاع المئذنة ١٢° جد ارتفاع المئذنة عن الأرض

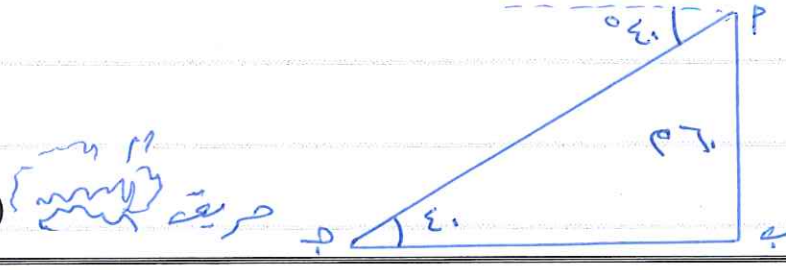


المطلوب م ب

ظا ١٢° = م ب / ب جـ   الآلة الحاسبة

٠,٢١ = م ب / ١٠٠   ← بتبادلي   م ب = ~~ ~~ ٢١ م

٢) يقف مراقب فوق برج ارتفاعه ٦٠ م ، شاهد حريقاً بزاوية انخفاض قياسها ٤٠° ، ما المسافة بين قاعدة البرج وموقع الحريق



الاستاذ : رعد الخمايسة | الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

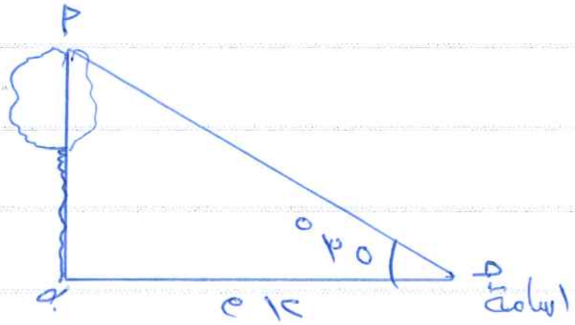
الحل: المطلوب بجـ

ظا ٤٠ = أب / بجـ   آلة حاسبة

ظا ٤٠ = أب / بجـ ← ٠,٨٣ = ٦٠ / بجـ   تبادلي

٠,٨٣ × بجـ = ٦٠   بجـ = ٧٢ م

تدريب (٧-١٧) وقفت اسامة على بعد ١٢ م من قاعدة شجرة ورصد قمتها فكانت زاوية ارتفاعها ٣٥° ما ارتفاع الشجرة



الحل: المطلوب أب

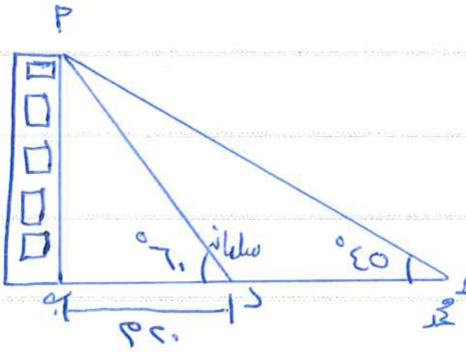
ظا ٣٥° = أب / جـب   آلة حاسبة

٠,٧ = أب / ١٢   تبادلي   أب = ٨,٤ م

تدريب (٧-١٨) يقف محمد وسلمان امام مستشفى كما هو موضح في الشكل جد

أ) ارتفاع المستشفى

ب) المسافة بين محمد وسلمان



أ) المطلوب أب

نأخذ المثلث أدب:

ظا ٦٠ = أب / دب   حاسبة

١,٧ = أب / ٢٠   تبادلي

أب = ٣٤ م

ب) المطلوب جـد   نأخذ المثلث أجـب

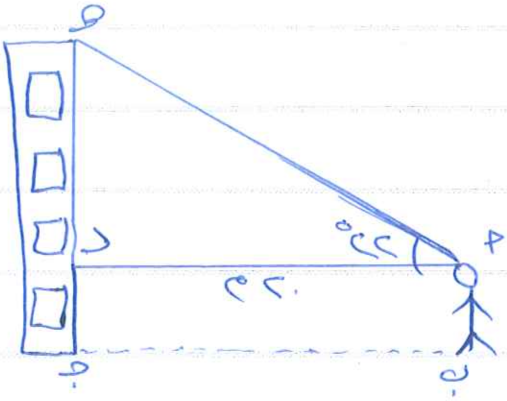
ظا ٤٥° = أب / جـب ← ١ = ٣٤ / جـب

جـب = ٣٤

جـد = جـب − دب = ٣٤ − ٢٠ = ١٤

الاستاذ : رعد الخمايسة | الهاتف : ٠٧٧٥٠٥٢٩٢٩

تدريب (٧-١٩) : وقف شخص طوله ١,٧ متراً على بعد ٢٠ م من بناية ورصد قمتها فكانت زاوية ارتفاعها ٢٢° جد ارتفاع البناية



الحل : في المثلث هـ أ د :

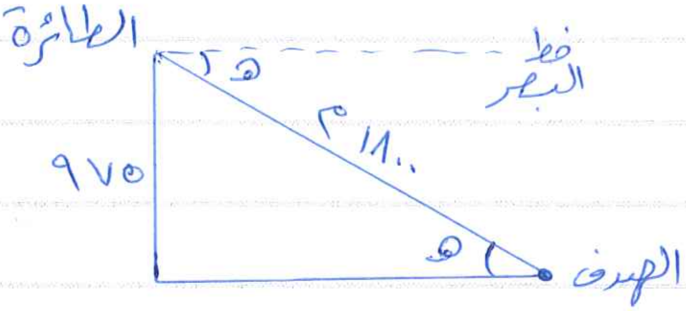
ظا ٢٢° = $\frac{هـ د}{أ د}$ آلة حاسبة

٠,٤ = $\frac{هـ د}{٢٠}$ تبادلي

هـ د = ٨ م

ارتفاع العمارة = ٨ + ١,٧ = ٩,٧ م

تدريب (٧-٢٠) : رصد قائد طائرة حربية في لحظة ما هدفاً على الأرض ، حيث كانت الطائرة على ارتفاع ٩٧٥ متر عن سطح الأرض ، وتبعد ١٨٠٠ متر عن ذلك الهدف ، جد زاوية انخفاض الهدف



الحل

جا هـ = $\frac{٩٧٥}{١٨٠٠}$ نستخدم الحاسبة

هـ ≃ ٣٣°

ورقة عمل (٦)

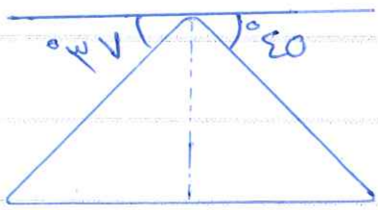
① يبعد رجل ٣٠م عن قاعدة عمود يحمل مصباحاً ، قاس الرجل بقياس زاوية ارتفاع المصباح فكانت ٤٥° جد ارتفاع المصباح عن الأرض

② رصد علي من قمة جبل ارتفاعه ٥٠٠م خاروف بزاوية انخفاض ٦٠° ما المسافة بين قاعدة الجبل وموقع الخاروف

③ شاهد شخص يركب طائرة عمودية ارتفاعها ٦٠٠م عن سطح البحر سفينتين أ ، ب (كما في الشكل) فإذا كانت زاويتا انخفاضها ٤٥° ، ٣٧° على الترتيب

أ) جد المسافة بين أ ، ب

ب) جد المسافة بين الطائرة والسفينة ب



④ جد المسافة بين رعد و محمد