الوحدة الثانية

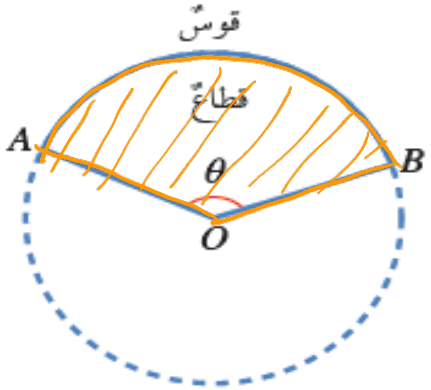
الدائرة

١ الأقواس والقطاعات الدائرية ٢

اشترك باليوتيوب على قناتي واعمل لايك للصفحة على الفيس موجود عليها الشرح ورقيا والفيديوهات

الاستاذ حسين كريشان:

صفحة الاستاذ حسين كريشان:



مفهومٌ أساسيٌ

إذا كانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ θ^o، وطولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ r،
وطولُ القوسِ l، ومساحةُ القطاعِ A، فإنَّ:

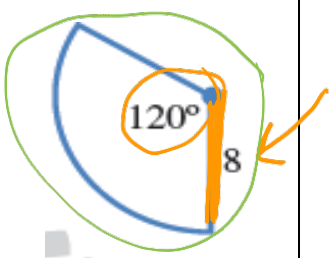
$$l=\frac{\theta}{360^o}\times 2\pi r$$ ← طول القوس

$$A=\frac{\theta}{360^o}\times \pi r^2$$ ← مساحة القطاع

نصف القطر : r
الزاوية : θ

أتحقق من فهمي

يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ قطاعًا دائريًّا. أَجِدُ طولَ القوسِ، ومساحةَ القطاعِ الدائريِّ.



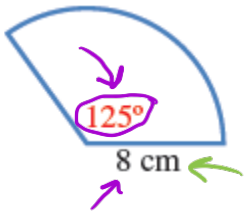
$$l=\frac{\theta}{360}\times 2\pi r$$

$$=\frac{120}{360}\times 2\times\pi\times 8=\frac{16}{3}\pi$$

$$A=\frac{\theta}{360}\times\pi\times r^2=\frac{120}{360}\times\pi\times 8\times 8=\frac{64}{3}\pi$$ وحدة مربعة

أتحقق من فهمي

أَجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ في الشكلِ المجاورِ.



طول القوس

$$L=\frac{\theta}{360}\times 2\times\pi\times r=\frac{125}{360}\times 2\times\pi\times 8=\frac{50}{9}\pi\ cm$$

مساحة القطاع

$$A=\frac{\theta}{360}\times\pi\times r^2=\frac{125}{360}\times\pi\times 8\times 8=\frac{200}{9}\pi\ cm^2$$

تنويه هام

محيطُ القطاعِ الدائريِّ (L) هو المسافةُ حولَ القطاعِ، وهيَ تساوي طولَ قوسِ القطاعِ، مضافًا إليْهِ مِثْلا طولِ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ:

$$L=\frac{\theta}{360^\circ}\times 2\pi\times r+2r$$

أتحقق من فهمي

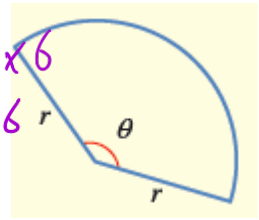
أَجِدُ محيطَ قطاعٍ دائريٍّ زاويتُهُ **225°**، في دائرةٍ طولُ نصفِ قُطْرِها **50 cm**، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ.

محيط القطاع

$$L=\frac{\theta}{360}\times 2\pi r+2r$$

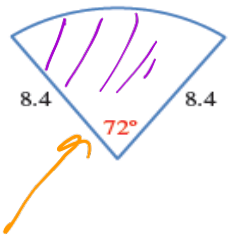
$$=\frac{225}{360}\times 2\times\pi\times 50+2\times 50=\frac{375}{6}\pi+\frac{100\times 6}{1\times 6}$$

$$=\frac{375\pi+600}{6}\approx 296.3$$



أتدرب وأحل المسائل

يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ قطاعًا دائريًّا:



1. أُعبِّرُ بكسرٍ عنِ الجزءِ الذي يُمثِّلُهُ هذا القطاعُ منَ الدائرةِ.
2. أَجِدُ طولَ القوسِ، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ.
3. أَجِدُ مساحةَ القطاعِ، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ.

① الكسر = زاوية القطاع / زاوية الدائرة

خمس الدائرة $= \frac{72}{360} = \frac{1}{5} = \frac{\theta}{360}$

② $l = \frac{\theta}{360} \times 2 \times \pi \times r = \frac{72}{360} \times 2 \times \pi \times 8.4$

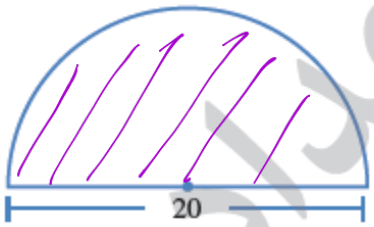
$= \frac{16.8\pi}{5}$ (3.14) $\rightarrow$ طول القوس ≈ 10.6

③ $A = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2 = \frac{72}{360} \times \pi \times 8.4 \times 8.4$ (3.14)

≈ 44.3 وحدة مربعة

أَجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ في كلٍّ منَ الأشكالِ الآتيةِ (أكتب الإجابةَ بدلالةِ π):

4



$r = 10$

$$l = \frac{\theta}{360} \times 2 \times \pi \times r = \frac{180}{360} \times 2 \times \pi \times 10$$

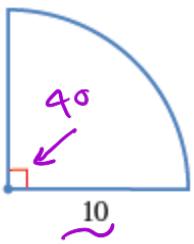
$$= 10\pi$$

$$A = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r \times r$$

$$= \frac{180}{360} \times \pi \times 10 \times 10 = 100\pi \text{ وحدة مربعة}$$

أَجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ

5



طول القوس

$$l = \frac{\theta}{360} \times 2 \times \pi \times r = \frac{90}{360} \times 2 \times \pi \times 10$$

الحل واجب سهل جدا (أكمل)

مساحة

$$A = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2 = \frac{90}{360} \times \pi \times 10 \times 10$$

الحل واجب سهل جدا (أكمل)

أَجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ

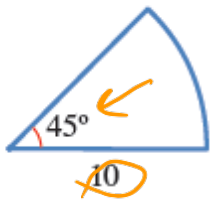
$$l = \frac{\theta}{360} \times 2 \times \pi \times r$$

$$\frac{45}{360} \times 2 \times \pi \times 10 = \frac{45\pi}{18} = \frac{5}{2}\pi$$

$$\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{360}{18} = 20$$

6



$$A = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2 = \frac{45}{360} \times \pi \times 10 \times 10 = \frac{100\pi}{8} \approx 12.5\pi$$

أَجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ

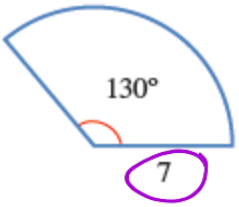
$$l = \frac{\theta}{360} \times 2 \times \pi \times r$$

$$= \frac{130}{360} \times 2 \times \pi \times 7 = \frac{91}{18}\pi$$

$$\frac{130}{360} = \frac{13}{36}$$

$$\frac{360}{18} = 20$$

7



$$A = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2 = \frac{130}{360} \times \pi \times 7 \times 7 = \frac{637}{36}\pi$$

$$\approx 17.69\pi$$

وحدة مربعة

8 أَجِدُ مساحةَ نصفِ الدائرةِ المجاورةِ، ثمَّ أُجِدُ محيطَها.

$$A = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2 = \frac{180}{360} \times \pi \times 12.5 \times 12.5 = 156.25$$ وحدة مربعة

$$L = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r + 2r = \frac{180}{360} \times 2 \times \pi \times 12.5 + 2 \times 12.5$$

$$12\pi + 25$$

$$\pi \approx 3.14$$

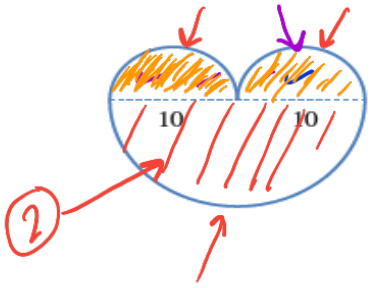
$$= 12 \times 3.14 + 25 =$$ واحب

حسين كريشان

يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ 3 أنصافِ دوائرَ:

10 أَجِدُ محيطَ الشكلِ (أكتب الإجابة بدلالةِ π).

11 أَجِدُ مساحةَ الشكلِ (أكتب الإجابة بدلالةِ π).



$l_1 = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r = \frac{360}{360} \times \pi \times 10\pi$

$l_2 = \frac{\theta}{360} \times 2 \times \pi \times r = \times 2 \times 10$

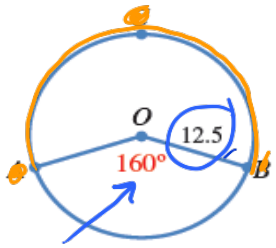
$l = l_1 + l_2 = 10\pi - 2 \quad 0\pi$

$A_1 = \frac{\theta}{360} - \quad ^2 = \frac{360}{360} \times \pi \times \times 5 = 25\pi$

$A_2 = \frac{\theta}{360} \times T \quad = \frac{180}{360} \times \pi \times 10 \times 0$

$= 50\pi$

$A = A_1 + A_2 = 25\pi + 50\pi = 75\pi$



12 تُمثِّلُ النقطةُ O مركزَ دائرةٍ، طولُ نصفِ قُطْرِها 12.5 وحدة طول.
أَجِدُ طولَ القوسِ ACB.

$\theta = 360 - 160 = 200$

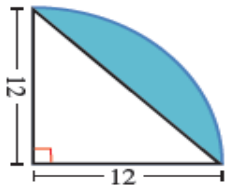
$\theta = 200$

$r = 12.5$

$l = \frac{\theta}{360} \times 2 \times \pi \times r = \frac{200}{360} \times 2 \times \pi \times 12.5$

$= \frac{125}{9}\pi$

حسين كريشان



13 يمثل الشـــكل المجاورِ ربعَ دائرةٍ. أَجِدُ مساحةَ الجزءِ المُظلَّلِ في الشكلِ (أكتب الإجابةُ بدلالةِ π).

① أولا نجد مساحة القطاع

$$A_1 = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2$$

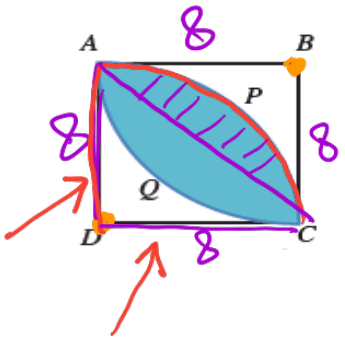
$$= \frac{90}{360} \times \pi \times 12 \times 12 = 36\pi$$

② نجد مساحة المثلث

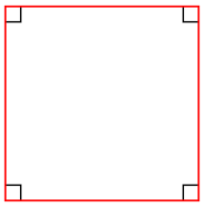
$$A_2 = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$$

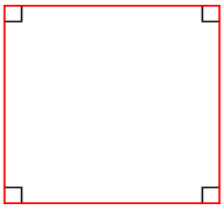
③ مساحة المظللة = مساحة القطاع - مساحة المثلث

$$= 36\pi - 72 =$$



14 يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ المربَّعَ $ABCD$ الذي طولُ ضلعِهِ 8 cm، ويُمثِّلُ APC وَ AQC قوسيْنِ منْ دائرتيْنِ مركزُاهُما D وَ B على التوالي. أَجِدُ مساحةَ الجزءِ المُظلَّلِ (أكتب الإجابةَ بدلالةِ π).





مساحة الجزء المظلل = مساحة القطاع - مساحة المثلث

مساحة القطاع

$$A = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r \times r$$

$$= \frac{90}{360} \times \pi \times 8 \times 8 = 16\pi$$

مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times 8 \times 8$

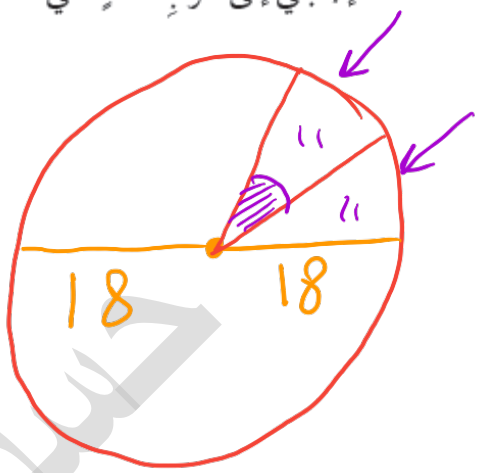
$$A_2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$$

$16\pi - 32$

مساحة الجزء المظلل كامل $= 2(16\pi - 32)$

$= 32\pi - 64$

15 **فطائرُ**: اشـــترى ســـعيدٌ فطيرةَ بيتزا طولُ قُطْرِها 36 cm، ثمَّ قسَّـــمَها إلى قطعٍ متســـاويةٍ. بعدَ ذلكَ أكلَ منْها قطعتيْنِ تُمثِّلانِ معًـــا $180\ cm^2$ منْها. أَجِدُ قياسَ الزاويةِ لقطعـــةِ البيتزا الواحدةِ، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ عددٍ كليٍّ.



مساحة القطعتين = $180\ cm^2$

مساحة القطعة الواحدة = $90\ cm^2$

$$A = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2$$

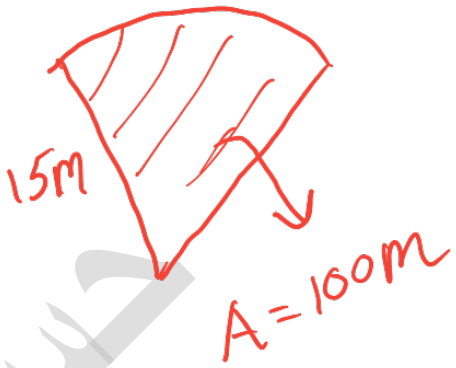
$$90 = \frac{\theta}{360} \times \pi \times 18 \times 18$$

$$\frac{360 \times 90}{\pi \times 18 \times 18} = \frac{\theta}{360} \times \frac{\pi \times 18 \times 18}{\pi \times 18 \times 18}$$

$$\theta = \frac{360 \times 90}{3.14 \times 18 \times 18} \approx 31^\circ$$

16 صمَّمَ مهندسٌ مِرَشَّ مياهٍ لريِّ منطقةٍ مساحتُها $100\,m^2$ على هيئةِ قطاعٍ دائريٍّ طولُ نصفِ قُطْرِهِ $15\,m$. ما زاويةُ دورانِ هذا المِرَشِّ؟

$$A = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2 \times h$$

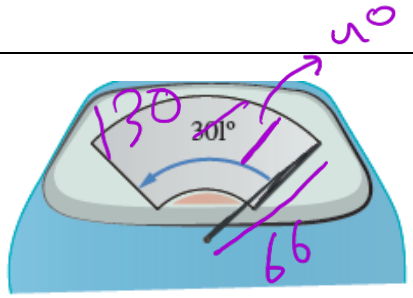


$$\frac{360 \times 100}{\pi \times 15 \times 15} = \frac{\theta}{360} \times \frac{\pi \times 15 \times 15}{\pi \times 15 \times 15} \times 360$$

$$\frac{100 \times 360}{\pi \times 15 \times 15} = \theta$$

$$\theta \approx 50$$

حسين كريشان



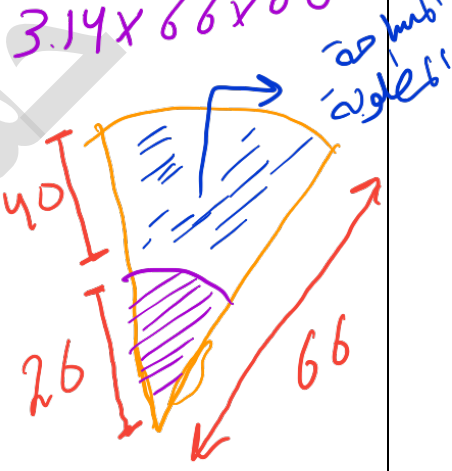
17 **سيارات:** يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ ماسحةَ الزجاجِ الأماميِّ لسيارةٍ. إذا كانَ طولُ شفرةِ الماسحةِ 40 cm، وطولُ شفرةِ الماسحةِ معَ ذراعِها 66 cm، فما مساحةُ الزجاجِ التي تُنظِّفُها الماسحةُ، مُقرَّبةً إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ؟

$\pi = 3.14$

مساحة القطاع الكبير

$$A_1 = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2 = \frac{130}{360} \times 3.14 \times 66 \times 66$$

$$\approx 4939$$



مساحة القطاع الصغير

$$A_2 = \frac{\theta}{360} \times \pi \times r^2$$

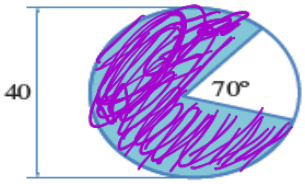
$$= \frac{130}{360} \times 3.14 \times 26 \times 26 \approx 767$$

$$A = A_1 - A_2 = 4939 - 767$$

$$= 4172$$

مساحة الزجاج التي تنظفها الماسحة

مهارات التفكير العليا



18 **أكتشــفُ الخطأَ:** أرادَتْ كلٌّ منْ سلمى ونوالَ إيجادَ مســـاحةِ المنطقةِ المُظلَّلةِ في الشكلِ المجاورِ بالوحدة المربعة. أيُّهُما كانَ حَلُّها صحيحًا؟ أُبرِّرُ إجابتي.

سلمى

$$A = \frac{70^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 20^2$$
$$\approx 244.3$$

نوالَ

$$A = \frac{290^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 20^2$$
$$\approx 1012.3$$

قياس زاوية الدائرة = 360

قياس زاوية الشكل المظلل = قياس زاوية الدائرة - قياس الشكل غير المظلل

$$\theta = 360 - 70 = 290$$

حسین کریشان