لمشاهدة شرح المذكرة وحلها
ادخل على قناة الأستاذ حسين
كريشان على اليوتيوب ومن
قوائم التشغيل اختار الصف
العاشر الفصل الأول

الوحدة الثانية

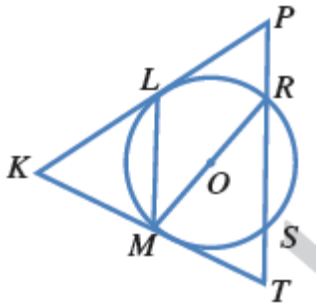
الدائرة

اوتار الدائرة واقطارها ومماسها

المذكرة محلولة على مواقع التواصل

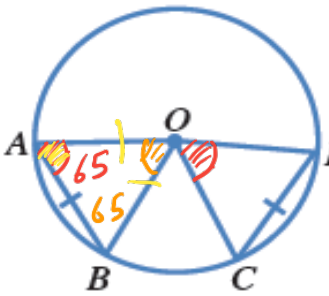
صفحة الاستاذ حسين كريشان:

أدرسُ الشكلَ المجاورَ دائرة مركزها O. أُسمّي:



1. نصفَيْ قُطْرَيْنِ على استقامةٍ واحدةٍ. $\overline{RO}$ ، $\overline{OM}$
2. وترين. $\overline{RS}$ ، $\overline{LM}$
3. مماسين. $\overline{KT}$ ، $\overline{PK}$
4. قاطعًا. $\overline{PT}$

$\overline{AB}$ وَ $\overline{CD}$ وتران لهما الطولُ نفسُهُ في دائرةٍ مركزُها O:



5. ما نوعُ المثلثِ AOB؟ أُبرِّرُ إجابتي. متطابقة الضلعين

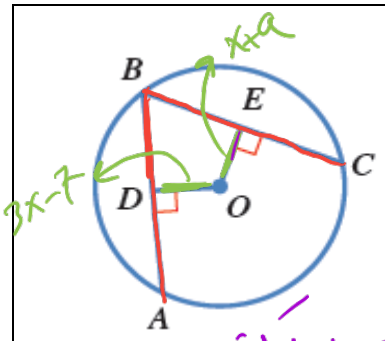
6. هل المثلثان AOB وَ COD متطابقان؟ أبرر إجابتي.

7. إذا كانَ قياسُ الزاويةِ OAB هوَ $65°$، فما قياسُ الزاويةِ COD؟

$\overline{AO} = \overline{OB}$ (أنصاف أقطار)

(6) المثلثان متطابقان لأنه
$\overline{OD} = \overline{AO}$ (أنصاف أقطار) ①
$\overline{OC} = \overline{OB}$ (أنصاف أقطار) ②
$\overline{AB} = \overline{CD}$ (معطى) ③
من ① و ② و ③ ينطبق المثلثان بتلاقي أضلاعهما

(7) $\overline{OB} = \overline{AO}$ أنصاف أقطار
$\angle OAB = \angle OBA = 65$
$\angle AOB = 180 - (65 + 65)$
$\angle AOB = 50$
مجموع زوايا المثلث
$\angle AOB = COB = 50$ (المثلثان متطابقان)



8 **جَبْرٌ**: في الشكل المجاور $\overline{AB}$ وَ $\overline{CB}$ وترانِ مُتطابِقانِ في دائرةٍ مركزُها O.
إذا كانَ $OE = x + 9$، وَ $OD = 3x - 7$، فما قيمةُ x؟

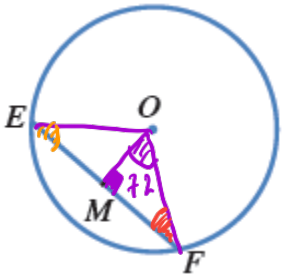
① $\overline{BA} = \overline{BC}$ وترانِ متطابقانِ
$\overline{DO} = \overline{OE}$ ∴ الوترانِ المتطابقانِ لهما البعد نفسه عن المركز

$3x - 7 = x + 9$

$3x - x = 9 + 7$

$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$

$x = 8$



في الشكل المجاور $\overline{EF}$ وترٌ في دائرةٍ مركزُها O، والنقطةُ M هيَ منتصفُ الوترِ $\overline{EF}$:

9 هل المثلثان EOM، وَ FOM مُتطابِقانِ؟ أبرر إجابتي.

10 هل الزاويةُ EMO قائمةٌ؟ أبرر إجابتي.

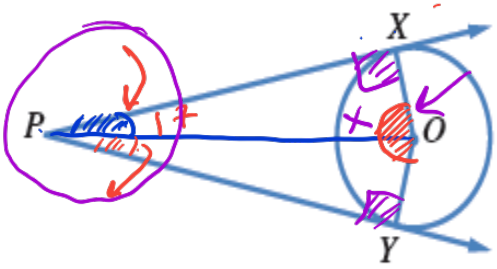
11 إذا كانَ قياسُ الزاويةِ MOF هوَ $72°$، فما قياسُ الزاويةِ MEO؟ أبرر إجابتي.

9 ① $\overline{OF} = \overline{EO}$ (أنصاف أقطار)
② $\overline{EM} = \overline{MF}$ (M منتصف الوتر)
③ $\overline{OM}$ ضلع مشترك
من ① و ② و ③ ينطبق المثلثان بثلاثة أضلاع

10 الزاوية قائمة $\overline{OM}$ نصف قطر ينصف $\overline{EF}$
$EF \perp OM$

11 $\angle OMF = 90$ ← قائمة (نصف قطر ⊥ وتر)
معطى $\angle MOF = 72$
$\angle F = 180 - (90 + 72)$
$\angle F = 180 - 162 = 18$
لكن $\angle E = \angle F$ ← لأن المثلثان متطابقان
$\angle E = \angle F = 18$

في الشكل المجاور $\overrightarrow{PX}$ و $\overrightarrow{PY}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها O:



12 هل قياسُ الزاويةِ PXO هوَ $90°$؟ أبرر إجابتي.

$\overline{PX} \perp \overline{XO}$ ← (نصف القطر عمودي على مماس الدائرة)

$90 = \angle PXO$

13 أُبيِّنُ أنَّ المثلثينِ XPO وَ YPO مُتطابِقانِ.

① $\overline{PY} = \overline{PX}$ (مماسانه مرسومانه من نقطة خارجية)

② $\overline{PO}$ ضلع مشترك

③ $\overline{OY} = \overline{XO}$ (انصاف أقطار)

من ① و ② و ③ ينطبق المثلثانه بثلاثة أضلاع

14 إذا كانَ قياسُ الزاويةِ XPO هوَ $17°$، فما قياسُ الزاويةِ XOY؟

المثلثانه متطابقانه ∴

① $\angle OPY = \angle XPO = 17°$

② $\angle PXO = 90°$ مماس عمودي على نصف قطر

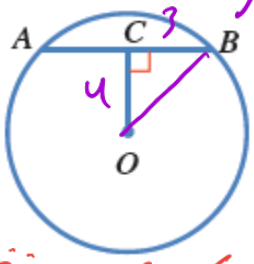
$\angle OYP = 90°$ مماس عمودي على نصف قطر

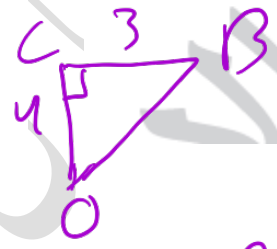
$\angle OPY + \angle XPO = 17 + 17 = 34°$

$90 + 90 + 34 + X = 360$

$X = 360 - (90 + 90 + 34) = 146°$ (مجموع زوايا الشكل الرباعي = 360°)

15 في الشكل المجاور $\overline{AB}$ وترٌ طولُهُ 6 cm في دائرةٍ مركزُها O. إذا كانَ قياسُ الزاويةِ ACO هوَ $90°$، وَ $OC = 4\text{ cm}$، فما طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ؟





① $OC \perp AB$ (معطى)

$3CM = \overline{CB} = \overline{AC}$

② $4 = \overline{OC}$ (معطى)

المثلث OCB قائم في C

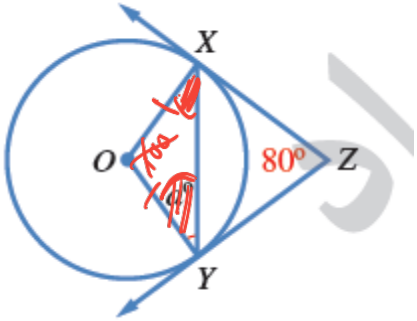
باستخدام نظرية فيثاغورث

$(OC)^2 + (CB)^2 = (OB)^2$

$3^2 + 4^2 = (OB)^2$

$25 = (OB)^2$

$OB = \sqrt{25} = 5$



17 في الشكل المجاور $\overleftrightarrow{ZX}$ و $\overleftrightarrow{ZY}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها O. أَجِدُ قيمةَ a.

① $\overline{OX} \perp \overline{XZ}$ (مماس ونصف قطر)

$\angle OXZ = 90^\circ$

② $\overline{YZ} \perp \overline{OY}$ (مماس ونصف قطر)

$\angle OYZ = 90^\circ$

مجموع زوايا الشكل الرباعي دائري

$\angle OXZ + \angle OYZ + \angle Z + \angle O = 360$

$90 + 90 + 80 + \angle O = 360$

$\angle O = 360 - (90+90+80)$

$= 360 - 260 = 100$

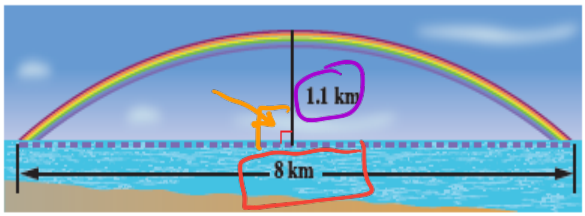
مقابلة

$\angle a^\circ = \angle YXO$

$\frac{180 - 100^\circ}{2} = \angle a$

$\angle a^\circ = 40$

18 **قوسُ المطر:** الشكلُ الحقيقيُّ لقوسِ المطرِ هوَ دائرةٌ كاملةٌ. أمّا ما نراهُ فوقَ الأُفقِ فهوَ القوسُ الذي يُمثِّلُ جزءًا منَ الدائرةِ. أَجِدُ طولَ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ التي تحوي القوسَ المُبيَّنَ في الشكلِ المجاور.



الحل:

$\overline{ad} \perp \overline{Eb}$

① المثلث acb قائم في c

② $\overline{EC} = \overline{cb}$

$4 = 4$

بتطبق فيثاغورث

$4^2 + (x - 1.1)^2 = x^2$

$16 + x^2 - 2.2x + 1.21 = x^2$

$16 - 2.2x + 1.21 = 0$

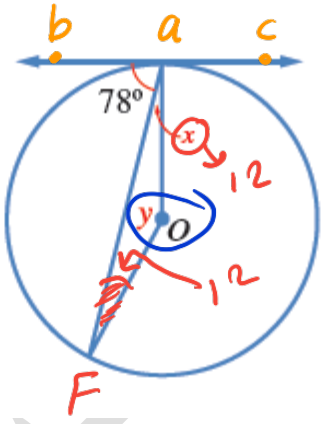
$17.21 = 2.2x$

$\frac{17.21}{2.2} = \frac{2.2x}{2.2}$

$x = \frac{17.21}{2.2}$

يَظهرُ في كل منَ الشكلينِ الآتيينِ مماسًّا لدائرةٍ مركزُها O. أَجِدُ قيمةَ x وَ y في كلِّ حالةٍ.

24



$\overline{oa} \perp \overline{bc}$ (نصف قطر عمودي على المماس)

$\angle oab = 90°$

$x + 78 = 90 \rightarrow x = 90 - 78 = \boxed{12}$

المثلث oaF متطابق الضلعين

$\overline{ao} = \overline{oF}$ (أنصاف أقطار)

$\angle x = \angle oFa$

$\angle oFa = 12°$

مجموع زوايا المثلث $= 180$

$\angle x + \angle oFa + \angle y = 180$

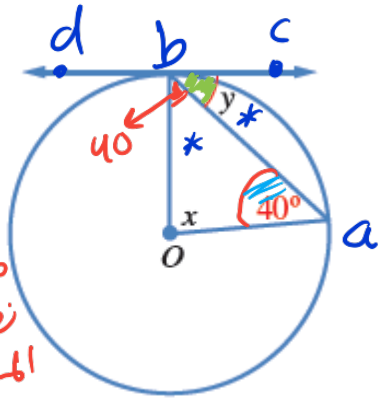
مثلث فيه $\Rightarrow$

$12 + 12 + \angle y = 180$

$\angle y = 180 - 24$

$\angle y = 156$

25



$\overline{xb} = \overline{xa}$ (أنصاف أقطار)

$\angle oab = \angle abo = 40°$ (متطابقة الضلعين)

$\angle x + \angle abo + \angle oab = 180$ مجموع زوايا المثلث

$40 + 40 + \angle x = 180$

$\angle x = 180 - 80 = \boxed{100 = x}$

$\overline{ob} \perp \overline{dc}$ (نصف قطر عمودي على المماس)

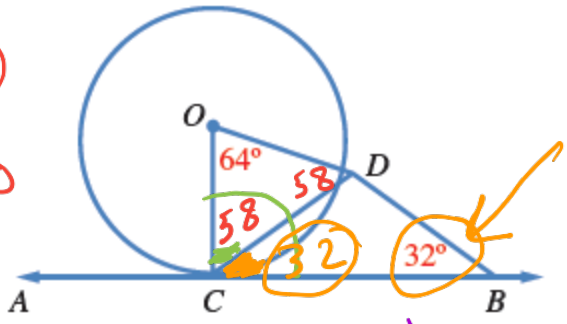
$\angle y + \angle oba = 90$

$\angle y + 40 = 90$

$\angle y = 90 - 40$

$\angle y = 50$

19 في الشكل المجاور $\overleftrightarrow{AB}$ مماسٌّ لدائرةٍ مركزُها O في النقطةِ C. لماذا يُعَدُّ المثلثُ BCD مُتطابِقَ الضلعيْنِ؟ أُبَرِّرُ إجابتي.



$\overline{OD} = \overline{OC}$ (أنصاف أقطار)

المثلث ODC متطابق الضلعين

$\angle OCD = \angle ODC$ (مثلث متطابق الضلعين)

$\angle ODC + \angle OCD + \angle DOC = 180$

$x + x + 64 = 180$

$2x + 64 = 180$

$\frac{2x}{2} = \frac{180 - 64}{2}$

$x = \frac{116}{2} = 58^\circ$

$\overline{OC} \perp AB$ (نصف قطر عمودي على المماس)

$\angle OCB = 90^\circ$

$58 + \angle DCB = 90$

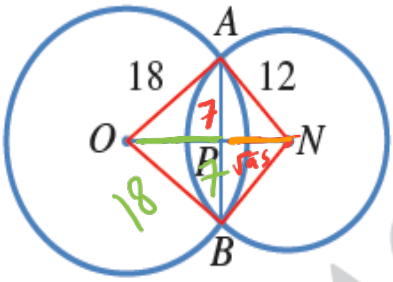
$\angle DCB = 90 - 58$

$\angle DCB = 32$

$\therefore \angle DCB = \angle DBC = 32$

المثلث BCD متطابق الضلعين

مهارات التفكير العليا

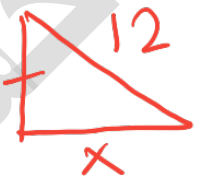


20 تحدٍّ: $\overline{AB}$ وترٌ مشتركٌ بينَ دائرتيْنِ متقاطعتيْنِ، وهوَ عموديٌّ على القطعةِ المستقيمةِ $\overline{ON}$ الواصلةِ بينَ مركزيْهما. إذا كانَ $AB = 14$ cm، فما طولُ $\overline{ON}$؟ أُبرِّرُ إجابتي.

$\overline{ON} \perp \overline{AB}$ ←

$\overline{AP} = \overline{PB}$ (الخط من مركز الدائرة ينصف الوتر العمودي)

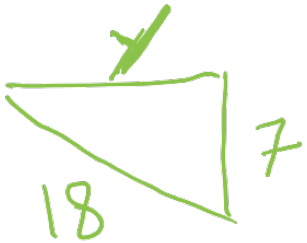
بتطبيق نظرية فيثاغورس



$12^2 - 7^2 = x^2$

$x^2 = 95 \rightarrow x = \sqrt{95}$

$\overline{OA} = \overline{OB}$ (انصاف أقطار)



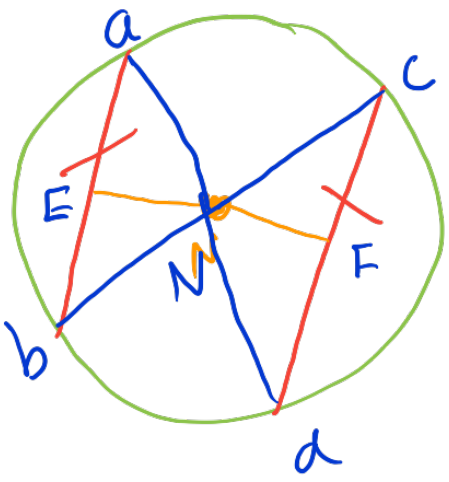
$18^2 - 7^2 = y^2$ (فيثاغورس)

$324 - 49 = y^2$

$275 = y^2 \rightarrow y = \sqrt{275}$

$\overline{ON} = \overline{X} + \overline{Y} = \sqrt{95} + \sqrt{275}$

21 **برهانٌ:** $\overline{AB}$، وَ $\overline{CD}$ وترانِ متساويانِ في دائرةٍ مركزُها N. أثبت أنَّ لهُما البُعْدَ نفسَهُ عنِ النقطةِ N.



نطابق المثلثين aNb و aNc

$\overline{aN} = \overline{Nc}$ (أنصاف أقطار)

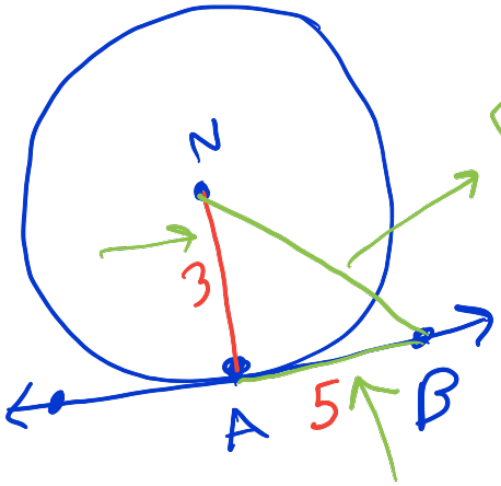
$\overline{bN} = \overline{Na}$ (أنصاف أقطار)

$\overline{ab} = \overline{Ca}$ (معطى)

ينطبق المثلثان بثلاثة أضلاع

و ينتج أن $\overline{EN} = \overline{NF}$

22 **تبريرٌ:** $\overleftrightarrow{AB}$ مماسٌّ لدائرةٍ مركزُها N في النقطةِ A، وطولُ نصفِ قُطْرِها 3 cm، وَ $BA = 5\text{ cm}$. تقولُ سارةُ: إنَّ $BN = 4\text{ cm}$؛ لأنَّ $(BN)^2 = (BA)^2 - (AN)^2 = 16$. هلْ قولُ سارةَ صحيحٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.



(ب)

$4^2 = 5^2 - 3^2$

$16 = 25 - 9$

$16 = 16$ ✓

بتطبيق عكس نظرية فيثاغورس

سارة على صحيح

حسین کریشان

حسین کریشان

حسین کریشان

حسین کریشان

حسین کریشان

حسین کریشان

حسین کریشان

حسین کریشان