

14 حلّ عكسي: أجد قيمة كل من  $a, b, c$  التي تجعل الثلاثي المرتب  $(-1, 2, -3)$  حلاً لنظام المعادلات الآتي:

$$\begin{pmatrix} x & y & z \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$x + 2y - 3z = a$$

$$-x - y + z = b$$

$$2x + 3y - 2z = c$$

$$-1 + 2(2) - 3(-3) = a \rightarrow -1 + 4 + 9 = a$$

$$-(-1) - 2 + (-3) = b \rightarrow 1 - 5 = b$$

$$2(-1) + 3(2) - 2(-3) = c \rightarrow -2 + 6 + 6 = c$$

$$a = 12$$

$$b = -4$$

$$c = 10$$

أحل كلًا من أنظمة المعادلات الآتية، ثم أتحقق من صحة الحل:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \frac{x}{2} - 3z &= 12 \times 2 \\ y - \frac{z}{2} &= \frac{5}{2} \times 2 \\ \frac{y}{2} - \frac{x}{3} &= 1 \times 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 6z &= 24 \text{ --- } \textcircled{1} \\ 2y - z &= 5 \text{ --- } \textcircled{2} \\ 3y - 2x &= 6 \text{ --- } \textcircled{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 6z &= 24 \text{ --- } \textcircled{1} \\ 2y - z &= 5 \text{ --- } \textcircled{2} \times 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 6z &= 24 \text{ --- } \textcircled{1} \\ -12y + 6z &= -30 \text{ --- } \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 12y &= -6 \text{ --- } \boxed{4} \times 2 \\ 3y - 2x &= 6 \text{ --- } \boxed{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - 24y &= -12 \\ 3y - 2x &= 6 \end{aligned}$$

$$\frac{-21y}{-21} = \frac{-6}{-21} = \boxed{\frac{2}{7}} = y$$

$$\begin{matrix} y & -3 \\ 3 & \boxed{2} \end{matrix}$$

$$2 \left( \frac{2}{7} \right) - z = 5$$

$$\frac{4}{7} - z = 5$$

$$\frac{4}{7} - \frac{5 \times 7}{1 \times 7} = z$$

$$\frac{4}{7} - \frac{35}{7} = z$$

$$\boxed{\frac{-31}{7} = z}$$

$$x - 6z = 24$$

$$x - 6 \left( \frac{-31}{7} \right) = 24$$

$$x + \frac{186}{7} = 24$$

$$x = \frac{24 \times 7 - 186}{7}$$

$$\boxed{x = \frac{-18}{7}}$$

12 تحل: أجد قيمة كل من:  $a, c, b$  في المعادلة التربيعية:  $y = ax^2 + bx + c$  التي يمر منحنها بالنقاط:

$(-2, 3), (5, 2), (2, -1)$

نمر بمنحنى المعادلة

$$3 = a(-2)^2 + b(-2) + c \rightarrow 3 = 4a - 2b + c \quad \text{--- ①}$$

نمر بمنحنى المعادلة

$$2 = a(5)^2 + b(5) + c \rightarrow 2 = 25a + 5b + c \quad \text{--- ②}$$

$$-1 = a(2)^2 + b(2) + c \rightarrow -1 = 4a + 2b + c \quad \text{--- ③}$$

$$4a - 2b + c = 3 \quad \text{--- ①} \times -1$$

$$25a + 5b + c = 2$$

$$-4a + 2b - c = -3 \quad \text{بجمع}$$

$$25a + 5b + c = 2 \quad \text{المعادلتين}$$

$$+21a + 7b = -1 \quad \text{--- ④}$$

عوض في ④

عوض في ④

$$+21a + 7b = -1$$

$$21a + 7(-1) = -1$$

$$21a - 7 = -1$$

$$21a = -1 + 7$$

$$\frac{21a}{21} = \frac{6}{21} \rightarrow a = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

$$4a - 2b + c = 3 \quad \text{--- ①}$$

$$4a + 2b + c = -1 \quad \text{--- ③} \times -1$$

$$4a - 2b + c = 3$$

$$-4a - 2b - c = 1$$

$$\frac{-4b}{-4} = \frac{4}{-4}$$

$$b = -1$$

عوض في ③

$$4a + 2b + c = -1$$

$$4\left(\frac{2}{7}\right) + 2(-1) + c = -1$$

$$\frac{8}{7} - \frac{2 \times 7}{7} + c = -1$$

$$\frac{8}{7} - \frac{14}{7} + c = -1$$

$$-\frac{6}{7} + c = -1 \rightarrow c = -1 + \frac{6}{7} = -\frac{1}{7}$$

أحلُّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية، ثمَّ أتحرَّق من صحَّة الحلِّ:

$$\begin{aligned} 6 \quad & 2x - 2y + 3z = 6 \quad \text{--- (1)} \\ & 4x - 3y + 2z = 0 \quad \text{--- (2)} \\ & -2x + 3y - 7z = 1 \quad \text{--- (3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{(-u)} \\ & 2x - 2y + 3z = 6 \quad \text{--- (1) } \times -2 \\ & 4x - 3y + 2z = 0 \quad \text{--- (2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -4x + 4y - 6z = -12 \quad \text{بصح} \\ & 4x - 3y + 2z = 0 \quad \text{المعادلتين} \end{aligned}$$

$$y - 4z = -12 \quad \text{--- (4)}$$

$$y - 4z = -12 \quad \text{--- (4) } \times -3$$

$$3y - 12z = 2 \quad \text{--- (5)}$$

$$-3y + 12z = 36$$

$$3y - 12z = 2$$

لا يوجد حل لدينا

$$\begin{aligned} & 4x - 3y + 2z = 0 \quad \text{--- (2)} \\ & -2x + 3y - 7z = 1 \quad \text{--- (3) } \times 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 4x - 3y + 2z = 0 \\ & -4x + 6y - 14z = 2 \end{aligned}$$

بصح المعادلتين

$$3y - 12z = 2 \quad \text{--- (5)}$$

أحل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية، ثم أتحقق من صحة الحل:

الترتيب

$$\begin{aligned} 4 \quad x - y - z &= 1 & \text{--- (1)} \\ -x + 2y - 3z &= -4 & \text{--- (2)} \\ 3x - 2y - 7z &= 0 & \text{--- (3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - y - z &= 1 & \text{--- (1) } & \text{بجمع} \\ -x + 2y - 3z &= -4 & \text{--- (2) } & \text{المعادلتين} \\ \hline y - 4z &= -3 & \text{--- (4)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -x + 2y - 3z &= -4 & \text{--- (2)} & \times (3) \\ 3x - 2y - 7z &= 0 & \text{--- (3)} \\ \hline -3x + 6y - 9z &= -12 & \text{بجمع} \\ 3x - 2y - 7z &= 0 & \text{المعادلتين} \\ \hline 4y - 16z &= -12 & \text{--- (5)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y - 4z &= -3 & \text{--- (4)} & \rightarrow y - 4z = -3 \\ 4y - 16z &= -12 & \text{--- (5)} & \rightarrow 4(y - 4z = -3) \end{aligned}$$

عدد لا نهائي من الحلول  
المعادلة (5) أضعاف المعادلة (4)

30:62  
20:L  
60:12  
-3:1  
22:L  
21:1  
11:11

## التربيب

$$2x + y - z = -3 \quad \text{--- (1)}$$

$$x - y + 2z = -2 \quad \text{--- (2)}$$

$$-3x - 3z = 9 \quad \text{--- (3)}$$

أحل كلًا من أنظمة المعادلات الآتية، ثم أتحقق من صحة الحل:

$$2x + y - z = -3 \quad \text{--- (1) جمع}$$

$$x - y + 2z = -2 \quad \text{--- (2) المعادلتين}$$

$$z = -2$$

$$x = -1$$

عوَض في المعادلة 1

$$2x + y - z = -3$$

$$2(-1) + y - (-2) = -3$$

$$-2 + y + 2 = -3$$

$$y = -3$$

$$3x + z = -5 \quad \text{--- (4)}$$

نأخذ المعادلة رقم (3) مع رقم (4)

$$-3x - 3z = 9 \quad \text{--- (3) جمع}$$

$$3x + z = -5 \quad \text{--- (4) المعادلتين}$$

$$\frac{-2z = 4}{-2 \quad -2}$$

$$\rightarrow z = -2$$

عوَض في (3)

$$-3x - 3z = 9$$

$$-3x - 3(-2) = 9$$

$$-3x + 6 = 9$$

$$-3x = 9 - 6$$

$$-3x = 3$$

$$-3x = 3$$

$$-3x = 3$$

$$x = -1$$

التحقق

عوَض في (1)

$$2x + y - z = -3$$

$$2(-1) + (-3) - (-2) = -3$$

$$-2 + -3 + 2 = -3 \quad \checkmark$$

عوَض في (2)

$$x - y + 2z = -2$$

$$-1 - (-3) + 2(-2) =$$

$$-1 + 3 - 4 = -2 \quad \checkmark$$

عوَض في (3)

$$-3x - 3z = 9$$

$$-3(-1) - 3(-2) = 9 \quad \checkmark$$

المذكورة محلولة على مواقع التواصل

Hmsk2021

الأستاذ حسين كريشان :



الوَحْدَةُ 1 الأسس والمعادلات

الدرس الأول

حل نظام مكون من ثلاث معادلات خطية

لمشاهدة شرح المذكرة رطبها  
انقل على قناة الأستاذ حسين  
كريشان حل التوكوب ومن  
قوائم التشغيل لاختار الصف  
المقرر للفصل الأول

تدريب مهم قبل الدرس : حل نظام مكون من معادلتين

الحذف

$$1x+2y=4 \text{ --- ① } \times 2$$

$$-2x+y=2 \text{ --- ②}$$

$$\begin{array}{r} 2x+4y=8 \\ -2x+y=2 \\ \hline 5y=10 \end{array} \text{ بحج المعادلتين}$$

$$\frac{5y}{5} = \frac{10}{5}$$

$$y = 2$$

عوض في ①

$$x+2(2)=4$$

$$x+4=4$$

$$x=4-4$$

$$x = 0$$

التأكد من الحل

$$x+2y=4 \text{ --- ①}$$

$$0+2(2)=4 \checkmark$$

$$-2x+y=2 \text{ --- ②}$$

$$-2(0)+2=2 \checkmark$$

$$1+1=3 \checkmark$$

عوض في

$$1+(-1)+2(1)=-2 \checkmark$$

عوض في

أحل كلًا من أنظمة المعادلات الآتية، ثم أتحقق من صحة الحل:

$$5 \quad 2x + y - z = -2 \quad \text{--- (1)}$$

$$x + 2y - z = -9 \quad \text{--- (2)}$$

$$x - 4y + z = 1 \quad \text{--- (3)}$$

$$\begin{array}{r} 2x + y - z = -2 \quad \text{--- (1)} \quad \times (-1) \\ x + 2y - z = -9 \quad \text{--- (2)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x - y + z = +2 \\ x + 2y - z = -9 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{بجمع} \\ \text{المعادلتين} \end{array}$$

$$-x + y = -7 \quad \text{--- (4)}$$

$$x + 2y - z = -9 \quad \text{--- (2)}$$

$$x - 4y + z = 1 \quad \text{--- (3)}$$

$$2x - 2y = -8 \quad \text{--- (5)}$$

$$-x + y = -7 \quad \text{--- (4)} \quad \times 2$$

$$2x - 2y = -8 \quad \text{--- (5)}$$

$$\begin{array}{r} -2x + 2y = -14 \\ 2x - 2y = -8 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 2y = \frac{-14}{2} + \frac{2x}{2} \\ 2y = -7 + x \end{array}$$

$$y = -7 + x$$

$$2y = \frac{2x}{2} + \frac{8}{2}$$

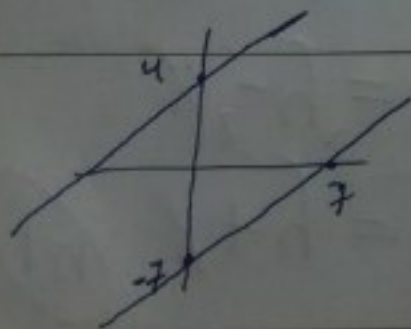
$$y = x + 4$$

حلها

$$2x - 2y = -8 \rightarrow$$

$$2y = \frac{2x}{2} + \frac{8}{2}$$

$$y = x + 4$$



7  $y = x - 1 \rightarrow x - y = 1$   
 $x + y + 2z = 23$   
 $x + y + z = 21$

بطريقة العوَض

$$y = x - 1 \quad \text{--- (1)}$$

$$x + \overset{x-1}{y} + 2z = 23 \quad \text{--- (2) } \leftarrow$$

$$x + \overset{x-1}{y} + z = 21 \quad \text{--- (3) } \leftarrow$$

$y = x - 1$  --- (1) عوَض في 2 و 3

$$x + (x - 1) + 2z = 23 \quad \text{--- (2)} \rightarrow 2x + 2z - 1 = 23$$

$$x + (x - 1) + z = 21 \quad \text{--- (3)} \rightarrow 2x + z - 1 = 21$$

$$2x + 2z = 23 + 1 \rightarrow 2x + 2z = 24 \rightarrow \text{(4)} \quad x - 1$$

$$2x + z = 21 + 1 \rightarrow 2x + z = 22 \rightarrow \text{(5)}$$

$-2x - 2z = -24$  نُحَجِّج  
 $2x + z = 22$  المعادلتين

$$-z = -2$$

$$\boxed{z = 2}$$

عوَض في (1)

$$y = x - 1$$

$$y = 10 - 1$$

$$\boxed{y = 9}$$

عوَض في (3)

$$x + y + z = 21$$

$$10 + 9 + 2 = 21 \quad \checkmark$$

عوَض في (2)

$$x + y + 2z = 23$$

$$10 + 9 + 2(2) = 23 \quad \checkmark$$

عوَض في (4)

$$2x + 2z = 24$$

$$2x + 2(2) = 24$$

$$2x + 4 = 24 \quad \checkmark$$

$$2x = 24 - 4$$

$$2x = \frac{20}{2}$$

$$\boxed{x = 10}$$

اشترت لينا عليين من البسكويت، وثلاث علب من الشوكولاتة، وخمسة أكياس من رقائق البطاطا (الشيبي)،  
 ودفعت ثمنها لها 380 قرشاً. وفي اليوم التالي اشترت من الأصناف نفسها علباً بسكويت، وعلبتين من الشوكولاتة،  
 وثلاثة أكياس من رقائق البطاطا، ودفعت ثمنها 265 قرشاً. وفي اليوم الثالث اشترت ثلاث علب من البسكويت،  
 وعلبة واحدة من الشوكولاتة، وأربعة أكياس من رقائق البطاطا، ودفعت ثمنها 320 قرشاً. كم سعر كل من البسكويت،  
 والشوكولاتة، ورقائق البطاطا؟

الحل  $x =$  البسكويت  $y =$  الشوكولاتة  $z =$  رقائقه

$$2x + 3y + 5z = 380 \quad \text{--- (1)}$$

$$x + 2y + 3z = 265 \quad \text{--- (2)}$$

$$3x + y + 4z = 320 \quad \text{--- (3)}$$

$$2x + 3y + 5z = 380 \quad \text{--- (1)}$$

$$x + 2y + 3z = 265 \quad \text{--- (2) } \times 2$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y + 5z = 380 \\ -2x - 4y - 6z = -530 \\ \hline -y - z = -150 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{جميع} \\ \text{المعادلتين} \end{array}$$

$$-y - z = -150 \quad \text{--- (4) } \times 5$$

$$-5y - 5z = -475 \quad \text{--- (5)}$$

$$-5y - 5z = -600 \quad \text{--- (4)}$$

$$-5y - 5z = -475 \quad \text{--- (5)}$$

$$x + 2y + 3z = 265 \quad \text{--- (2) } \times 3$$

$$3x + 6y + 9z = 795 \quad \text{--- (3)}$$

$$-3x - 6y - 9z = -795$$

$$3x + y + 4z = 320$$

$$-5y - 5z = -475$$

$$\rightarrow -5y - 5z = -475 \quad \text{--- (5)}$$

$$\frac{5z}{5} = \frac{600}{5} + \frac{3y}{5}$$

$$z = 120 + y$$

$$\frac{5z}{5} = \frac{-5y}{5} + \frac{475}{5}$$

$$z = -y + 95$$

لا يوجد حل

13 تمييز: استنتجت ريم عدم وجود حل للنظام الآتي من دون أن تحلّه. كيف عرفت ذلك؟ أبرز إجابتك.

$$x+y+z=1$$

$$x+y+z=5$$

$$x+y+z=-2$$

إذا تساوت جميع المعاملات للمتغيرات  
الثلاثة في الـ 3 معادلات مع  
اختلاف الأرقام (المحد الثابتة)  
يدل على أنه لا يوجد حل  
لا يوجد تقاطع بين المعادلات

15 مسألة مفتوحة: اكتب ثلاثة أنظمة معادلات خطية، في كل منها ثلاثة متغيرات، بحيث يكون للنظام الأول حل واحد، وللنظام الثاني عدد لا نهائي من الحلول، ولا يكون للنظام الثالث أي حل.

<u>حل واحد</u>	}	عدد لا نهائي	}	لا يوجد لها حل
$x + y + z = 1$		$x + y + z = 1$		$x + y + z = 1$
$-x - y + z = -2$		$2x + 2y + 2z = 2$		$x + y + z = 2$
$2x + 3y + 4z = 6$		$3x + 3y + 3z = 3$		$x + y + z = -3$